Série d'exercices N°1
(Transformation de Laplace)

Exercice 1

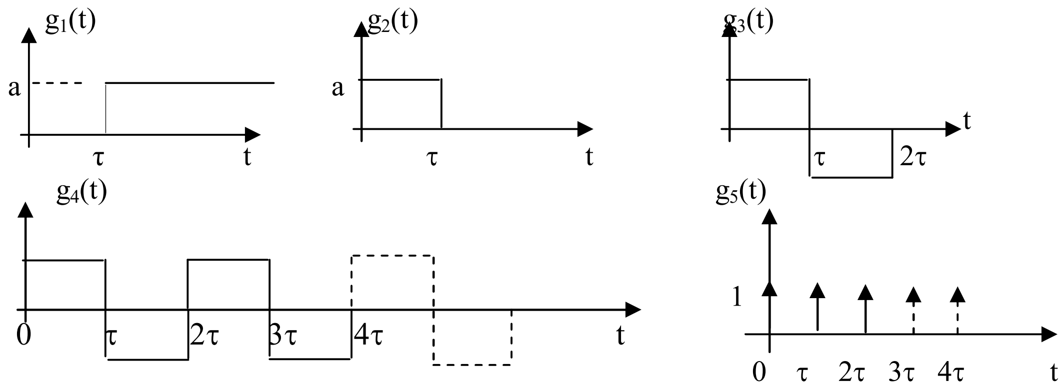
Déterminer la transformée de Laplace pour chacune des fonctions causales suivantes: (Utiliser les propriétés adéquates)

a) $f_1(t)=a$ ($a=c^{te}$) signal échelon
b) $f_2(t)=a.t$ (rampe)
c) $f_3(t)=a.t^2$ ($a=c^{te}$)
d) $f_4(t)=\delta(t)$ (impulsion de Dirac)
e) $f_5(t)=a.t^n$ ($a=c^{te}$)
f) $f_6(t)=3e^{-t}+e^{-3t}$
g) $f_7(t)=\sin\omega t+\cos\omega t$
h) $f_9(t)=e^{-at}.\sin\omega t$ (Sinus amorti)
i) $f_{10}(t)=t^2.e^{-at}$
j) $f_{12}(t)=e^{-3t}.\sin(5t+\pi/3)$

Exercice 2

Déterminer les transformées de Laplace des fonctions représentées par les graphes suivants :

a) $g_1(t)=f_1(t-\tau)$ (échelon décalé)
b) $g_2(t)$ est un signal rectangulaire
c) $g_3(t)$ est une onde rectangulaire
d) $g_4(t)$ est un signal périodique
d) $g_5(t)=\sum_{n=0}^{\infty}\delta(t-n\tau)$ (train d'impulsions unitaires)



Exercice 3

Déterminer les fonctions originales des transformées de Laplace suivantes:

$$F_1(p)=\frac{1}{(p+3)(p+4)} \quad ; \quad F_2(p)=\frac{p+2}{(p+1)^2(p+3)} \quad ; \quad F_3(p)=\frac{p+1}{p^2+4p+16}$$

$$F_4(p)=\frac{p+2}{p(p+1)(p^2+9)} \quad ; \quad F_5(p)=\frac{4p^3+p^2-22p+16}{p(p+2)(p-2)^2}$$

Exercice 4

En utilisant la transformée de Laplace trouver la solution des équations différentielles ci-dessous pour les conditions initiales suivantes:

1) $\ddot{x}(t)+3\dot{x}(t)+2x(t)=0$ avec x (0) =0 et $\dot{x}(0)=2$
2) $\dddot{x}(t)-\ddot{x}(t)=0$ avec x (0) =2, $\dot{x}(0)=0$ et $\ddot{x}(0)=1$
3) $\ddot{x}(t)+3\dot{x}(t)+2x(t)=1$ avec x (0) =-1 et $\dot{x}(0)=2$
4) $\ddot{x}(t)-3\dot{x}(t)+2x(t)=e^{5t}$ avec x (0) =1 et $\dot{x}(0)=2$
5) $\dddot{x}(t)+x(t)=1$ avec $x(0)=\dot{x}(0)=\ddot{x}(0)=0$