

# Chapitre 4: Systèmes MIMO

## 1- Introduction :

MIMO=Multiple Inputs Multiple Outputs

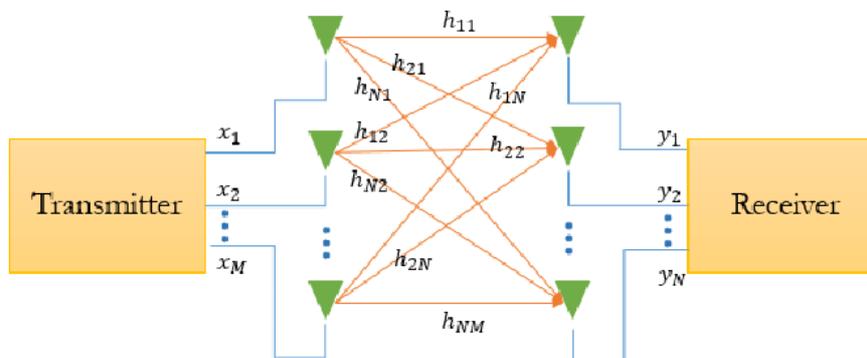
La technologie MIMO est utilisée dans les systèmes de communication dans fil 3G, 4G et 5G.

Le but de la technologie MIMO est d'augmenter le débit de transmission.

Multiple Inputs=Multiple transmit antennas

Multiple Outputs= Multiple receive antennas

## 2- Schéma block du système MIMO

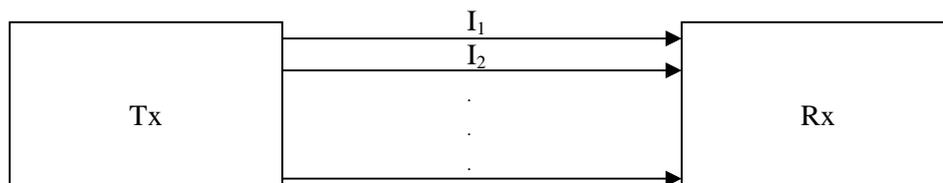


$h_{ij}$  est le coefficient d'évanouissement du canal (fading channel) entre chaque paire d'antenne émission  $i$  et de réception  $j$

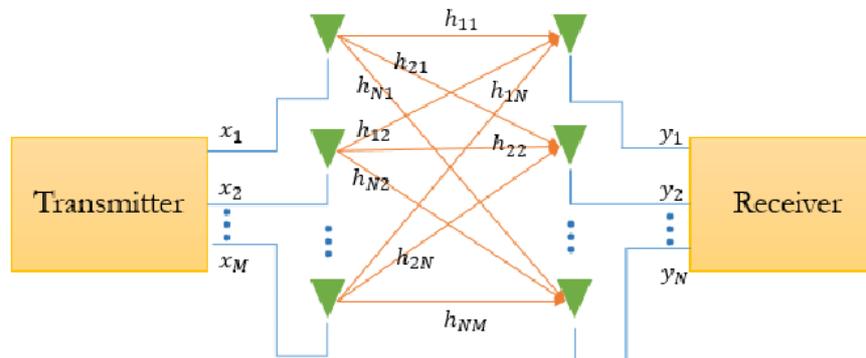
L'utilisation de plusieurs antennes de réception augmente la fiabilité par la diversité.

## 3- Le Multiplexage spatiale

L'avantage de la technique MIMO n'est pas seulement la fiabilité mais encore l'augmentation du débit de transmission, dans les systèmes MIMO on peut transmettre plusieurs flux d'informations en parallèle  $I_i$ , cette propriété est appelée le multiplexage spatiale.



#### 4- Modèle du système MIMO



$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_M \end{bmatrix} \xrightarrow[\text{MIMO}]{\text{Canal}} Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix}$$

Donc :  $Y = HX + W$

Où  $H$  est la matrice du canal MIMO et  $W$  est le bruit.

$$H = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \dots & h_{1M} \\ h_{21} & h_{22} & \dots & h_{2M} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ h_{N1} & h_{N2} & \dots & h_{NM} \end{bmatrix}, W = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_N \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \dots & h_{1M} \\ h_{21} & h_{22} & \dots & h_{2M} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ h_{N1} & h_{N2} & \dots & h_{NM} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_M \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_N \end{bmatrix}$$

On générale, peut écrire chaque élément du vecteur reçu  $Y$  comme suit :

$$y_j = h_{j1}x_1 + h_{j2}x_2 + \dots + h_{jM}x_M$$

Cas spécial du système MIMO :

-Si  $N=1$ , le système est dit MISO

-Si  $M=1$ , le système est dit SIMO

-Si  $M=N=1$ , le système est dit SISO

## 5- Récepteur MIMO : zero forcing receiver (ZF receiver)

$$Y = HX + W$$

Le problème posé est comment récupérer le vecteur transmit  $X$  au niveau du récepteur ?

Soit le cas où  $N \geq M$ , dans ce cas le nombre d'antennes de réception est supérieur au nombre d'antennes de émission.

Dans ce cas le nombre d'équation  $N$  est supérieur au nombre d'inconnus  $M$ .

Dans le but de déterminer  $X$ , on introduit l'erreur :  $e = Y - HX$ , pour minimiser l'erreur  $e$  on minimise la norme carré de  $e$  :

$$\min \|e\|^2 = \min \|Y - HX\|^2$$

Ici on cherche  $X$  qui minimise  $\|Y - HX\|^2$ . (LS: Least Square problem)

Pour trouver le minimum, on dérive l'erreur par rapport  $X$  et la mettre à zéro.  $X$  est un vecteur de dimension  $M$ . donc on dérive par rapport a un vecteur.

Soit  $F(X)$  est une fonction de  $X$ ,

$$\frac{dF}{dX} = \begin{bmatrix} \frac{dF}{dx_1} \\ \frac{dF}{dx_2} \\ \dots \\ \frac{dF}{dx_M} \end{bmatrix}$$

$$\text{Par exemple : } F(X) = C^T X = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & \dots & c_M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_M \end{bmatrix} = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_M x_M$$

$$C^T X = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_M x_M$$

$$\frac{d(C^T X)}{dX} = \begin{bmatrix} \frac{d(c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_M x_M)}{dx_1} \\ \frac{d(c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_M x_M)}{dx_2} \\ \dots \\ \frac{d(c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_M x_M)}{dx_M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_M \end{bmatrix} = C$$

De plus :

$$C^T X = X^T C \Rightarrow \frac{d(C^T X)}{dX} = \frac{d(X^T C)}{dX} = C$$

$$\begin{aligned} F(X) &= \|Y - HX\|^2 = (Y - HX)^T (Y - HX) = (Y^T - X^T H^T)(Y - HX) = Y^T Y - Y^T HX - X^T H^T Y + X^T H^T HX \\ &= Y^T Y - 2X^T H^T Y + X^T H^T HX \end{aligned}$$

$$\frac{dF}{dX} = 0 - 2H^T Y + 2H^T HX = 0$$

$$\frac{dF}{dX} = 0 - 2H^T Y + 2H^T HX = 0$$

$$H^T Y = H^T HX$$

$$\hat{X} = (H^T H)^{-1} H^T Y, \text{ (zero forcing receiver)}$$

**Exemple :**

Soit un système MIMO, supposant que le bruit est nul et la matrice de canal  $H$  est :

$$H = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$$

1-Quel est le nombre d'antenne d'émission Tx et de réception Rx dans ce cas ?

2-Utilisant le récepteur à forçage à zéro (ZF receiver), trouver les expressions des symboles transmis  $x_i$  en fonction des symboles reçus  $y_i$  ?