Université Mohamed BOUDIAF - M'sila
Faculté de technologie
Département Génie Electrique

Examen : Traitement numérique du signal **Enseignant :** A. Herizi
Classe : 1ère année Master Robotique
Durée : 1h **07 Mars 2021**

Questions de cours : (12pts)

Répondre aux questions suivantes :

1. Qu'est-ce qu'un processus stochastique ?
2. Quelle sont les caractéristiques d'une loi gaussienne ?, donner son expression.
3. Définir un processus stochastique ergodique ?
4. Donner les conditions de stabilité pour un filtre RII ?

Répondre par Vrai ou Faux entre les crochets aux questions suivantes :

1. La transformée z permet de ramener les fonctions de transfert des systèmes échantillonnés dans le temps linéaires à des formes rationnelles. (…………)
2. Les filtres RIF possèdent une réponse en phase linéaire. (…………)
3. Les filtres RIF sont généralement d'un ordre supérieur aux filtres RII équivalents. (…………)
4. Les filtres à transformée de Fourier permettent d'obtenir des réponses en fréquence de forme arbitraire. (…………)

Pour chaque question, cochez l'affirmation juste :

1. Lorsqu'on échantillonne à la fréquence f_e un signal de fréquence maximale f_{max}, le théorème d'échantillonnage de Shannon exige que :
   $f_e > 2f_{max}$ ☐ $f_e > f_{max}/2$ ☐ $f_e > f_{max}$ ☐
2. Soit la fonction de transfert : $H(z) = \frac{1}{2}\frac{z^2+1}{z(z-1)}$, Trouver parmi ces trois équation de récurrence celle qui correspond à $H(z)$.
   $s_n = s_{n-1} + 0.5(e_n + e_{n-2})$ ☐ $s_n = -s_{n-1} + 0.5(e_n - e_{n-2})$ ☐
   $s_n = 2s_{n-1} - (e_n + e_{n-2})$ ☐
3. Un signal de durée 2 seconds échantillonné à la fréquence 10 kHz possède :
   20000 échantillons ☐ 2000 échantillons ☐ 1000 échantillons ☐
4. La transformée en z, $X(z)$, d'un signal $x(n)$ et sa transformée de Fourier $X(f)$ coïncident pour :
   $|z| = 1$ ☐ $|z| < 1$ ☐ $z = e^{j2\pi f}$ ☐

Exercice 01 : (4pts)

Soit un filtre numérique d'entrée $x(n)$ et de sortie $y(n)$, tel que :

$$y(n) = x(n) - 2x(n-1) + 2\rho\cos\theta y(n-1) - \rho^2 y(n-2), \qquad \rho \in \mathbb{R}$$

1. Dessinez la structure du filtre. Est-ce un filtre à réponse impulsionnelle finie ou infinie ?
2. Calculez la fonction de transfert $H(z)$ du filtre.
3. Quels sont les pôles et les zéros du filtre ? A quelle condition le filtre est-il stable ? Dessinez le diagramme pôles-zéros dans le cas où $\rho = 0.8$ et $\theta = \pi/4$.

Exercice 02 : (4pts)

Soit la variable aléatoire X de densité de probabilité :

$$f_X(x) = k.e^{-ax}u(x), \quad avec: \ a > 0$$

1. Déterminer k
2. Calculer la moyenne et la variance de X
3. Calculer la probabilité $P_r(X \in [1,2])$