✍ Examen de Rattrapage ✍

1er Année Socle Commun · Année Universitaire : 2020/2021 · Module Analyse 2

Exercice 1: 7 points

1. Ecrire le développement limité des fonctions e^x et $\dfrac{1}{1+x}$ à l'ordre 3 au voisinage de 0. (3 pts)
2. En déduire le développement limité de $\dfrac{1}{1+e^x}$ à l'ordre 3 au voisinage de 0. (2 pts)
3. Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \dfrac{x}{1+e^{\frac{1}{x}}}$. En utilisant ce qui précède, déterminer l'asymptote au graphe de f au voisinage de $+\infty$. (2 pts)

Exercice 2: 6 points

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \dfrac{1}{x^2(x^2+1)}$.

1. Vérifier que : $\forall x \in \mathbb{R}^* : f(x) = \dfrac{1}{x^2} - \dfrac{1}{x^2+1}$. (1.5 pts)
2. Calculer l'intégrale $I = \int f(x)dx$. (2.5 pts)
3. Par changement de variable approprié, calculer l'intégrale $J = \int_1^2 \dfrac{e^x}{e^{2x}(1+e^{2x})}dx$. (2 pts)

Exercice 3: 7 points

Soit l'équation différentielle (1) : $y' - 2y = 3$. Choisissez la réponse correcte et puis justifier-la

1. La solution d'équation homogène $y' - 2y = 0$, est : (1.5+1 pts)
   (a) $y_H = ce^{2x}$, $c \in \mathbb{R}$.
   (b) $y_H = 2e^{3x}$.
   (c) $y_H = 3e^{-2x}$.
2. La solution perticulière y_p d'équation (1), est : (1+1 pts)
   (a) $y_p = \dfrac{1}{6}$.
   (b) $y_p = -1$.
   (c) $y_p = -\dfrac{3}{2}$.
3. La solution générale y_G d'équation (1), est : (1.5+1 pts)
   (a) $y_G = 3e^{-2x} + \dfrac{1}{6}$.
   (b) $y_G = ce^{2x} - \dfrac{3}{2}$, $c \in \mathbb{R}$.
   (c) $y_G = ce^{3x} - 1$, $c \in \mathbb{R}$.