

حل السلسلة 03

التمرين الأول

المعطيات			
χ^2	$r(\alpha/2)$	α	المعامل
7.81	0.63	0.05	القيمة

1. تحديد شكل السلسلة الزمنية باستخدام طريقة معامل الانحدار

$(\bar{y}_i)^2$	$SD \times \bar{y}_i$	SD	\bar{y}_i	الفصل 4	الفصل 3	الفصل 2	الفصل 1	السنة
162.56	127.63	10.01	12.75	20	25	5	1	الأولى
1024	328	10.25	32	41	43	25	19	الثانية
2782.56	503.76	9.55	52.75	59	65	45	42	الثالثة
3969.12	959.39	29.89	97.5	-	-	-	-	المجموع

$$\bar{y}_1 = \frac{\sum y_{ij}}{p} = \frac{1+5+25+20}{4} = 12.75 \dots \dots \text{(باقي القيم بنفس الطريقة)}$$

$$\bar{y}_i = \frac{\sum \bar{y}_i}{n} = \frac{12.75 + 32 + 52.75}{3} = 32.5$$

$$SD_1 = \sqrt{\frac{\sum (y_{ij} - \bar{y}_i)^2}{p}} = \sqrt{\frac{(1-12.75)^2 + (5-12.75)^2 + (25-12.75)^2 + (20-12.75)^2}{4}} = 12.75 \text{ (باقي القيم بنفس الطريقة)}$$

$$\hat{b} = \frac{\frac{\sum SD \times \bar{y}_i}{n} - \bar{SD} \times \bar{y}_i}{\frac{\sum \bar{y}_i^2}{n} - \bar{y}_i^2} = (-0.017)$$

بما أن قيمة معامل الانحدار أقل من 0.05 وعليه فإن السلسلة تجميعية

2. التأكد من وجود مركبة الاتجاه العام باستخدام اختبار دانيال

مجموع	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	الزمن t
-	59	65	45	42	41	43	25	19	20	25	5	1	المشاهدة Y
-	11	12	10	8	7	9	5.5	3	4	5.5	2	1	ترتيب تصاعدي
18.5	1	1	0	1	1	4	0.25	4	0	6.25	0	0	d ²

أ. صياغة الفرضيات

$H_0 \rightarrow r(\alpha/2) \geq r_{sc}$: الفرضية الصفرية (العدم): السلسلة عشوائية لا تحتوي على مركبة الاتجاه العام.

$H_0 \rightarrow r(\alpha/2) < r_{sc}$: الفرضية البديلة: السلسلة ليست عشوائية وتحتوي على مركبة الاتجاه العام.

ب. استخراج القيمة الجدولية $r(\alpha/2)$ وحساب قيمة معامل الارتباط سبيرمان r_{sc}

$$r_{sc} = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n \times (n^2 - 1)} = 1 - \frac{6 \sum 18.5}{12 \times (12^2 - 1)} = 0.94$$

ج. اتخاذ القرار بالمقارنة بين قيمتي r_{sc} و $r(\alpha/2)$ حسب ما تم افتراضه في المرحلة 1

بما أن القيمة الجدولية 0.63 أقل من القيمة المحسوبة 0.94 يتم رفض الفرضية الصفرية وقبول الفرضية البديلة تنص على أن السلسلة الزمنية تحتوي على مركبة الاتجاه العام

3. تكوين سلسلة البواقي W_t

يقصد بسلسلة البواقي الفرق بين القيمة المشاهدة والقيمة المقدرة، لذا يجب حساب القيم المقدرة أولاً

مجموع	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	t_i
390	59	65	45	42	41	43	25	19	20	25	5	1	Y_t
3291	708	715	450	378	328	301	150	95	80	75	10	1	$y_t t$
-	61.573	56.287	51.001	45.715	40.429	35.143	29.857	24.571	5.286	13.999	8.713	3.427	T_t
-	-2.573	8.713	-6.001	-3.715	0.571	7.857	-4.857	-5.571	0.715	11.001	-3.713	-3.427	$W_t = Y_t - T_t$

$$\hat{b} = \frac{\frac{\sum y_t t}{n} - \bar{y} \times \left(\frac{n+1}{2}\right)}{\frac{n^2-1}{12}} = \frac{\frac{3291}{12} - 32.5 \times \left(\frac{12+1}{2}\right)}{\frac{12^2-1}{12}} = 5.286$$

$$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \left(\frac{n+1}{2}\right) = 32.5 - 5.287 \left(\frac{12+1}{2}\right) = (-1.859)$$

$$T_i = 1.859 + 5.286t_i$$

$$T_1 = -1.859 + 5.286t_1 = -1.859 + 5.286(1) = 3.427 \dots \dots \dots \text{(باقي القيم بنفس الطريقة)}$$

$$W_1 = Y_1 - T_1 = 1 - 3.427 \dots \dots \dots \text{(باقي القيم بنفس الطريقة)}$$

4. التأكد من وجود المركبة الموسمية باستخدام اختبار كروسكال واليس KW

الترتيب التصاعدي					سلسلة البواقي				
الفصل 4	الفصل 3	الفصل 2	الفصل 1	السنة	الفصل 4	الفصل 3	الفصل 2	الفصل 1	السنة
9	12	5	6	الأولى	0.715	11.001	-3.713	-3.427	الأولى
8	10	3	2	الثانية	0.571	7.857	-4.857	-5.571	الثانية
7	11	1	4	الثالثة	-2.573	8.713	-6.001	-3.715	الثالثة
24	33	9	12	المجموع Rj					

أ. صياغة الفرضيات

$H_0 \rightarrow \chi^2 (P-1, \alpha) \geq KW$: الفرضية الصفرية (العدم): السلسلة لا تحتوي على المركبة الفصلية.

$H_0 \rightarrow \chi^2 (P-1, \alpha) < KW$: الفرضية البديلة: السلسلة تحتوي على المركبة الفصلية.

ب. استخراج القيمة الجدولية لاختبار كاي تربيع χ^2 وحساب قيمة لاختبار كروسكال واليس KW

$$KW = \frac{12}{n(n+1)} \times \frac{\sum R^2}{m} - 3(n+1) = \frac{12}{12(12+1)} \times \frac{12^2 + 9^2 + 33^2 + 24^2}{3} - 3(12+1) = 9.46$$

ج. اتخاذ القرار بالمقارنة بين قيمتي $\chi^2 (P-1, \alpha)$ و KW حسب ما تم افتراضه في المرحلة 1

بما أن القيمة الجدولية 7.81 أقل من القيمة المحسوبة 9.46 يتم رفض الفرضية الصفرية وقبول الفرضية البديلة تنص على أن السلسلة الزمنية تحتوي على المركبة الموسمية

5. حساب المعاملات الموسمية (المؤشرات) بطريقة المتوسطات المتحركة الممركزة

أ. حساب المتوسطات الممركزة Z

$$Z_3 = \frac{\frac{1}{2} + 5 + 25 + 20 + \frac{19}{2}}{4} = 15$$

(باقي القيم بنفس الطريقة)

السنة	الفصل 1	الفصل 2	الفصل 3	الفصل 4
الأولى	-	-	15	19.75
الثانية	24.5	29.375	34.875	40.25
الثالثة	45.5	50.5	-	-

ب. حساب المعاملات الموسمية C_j ($C_j = Y_t - Z_t$) والمتوسط S_j

السنة	الفصل 1	الفصل 2	الفصل 3	الفصل 4
الأولى	-	-	10	0.25
الثانية	-5.5	-4.375	8.125	0.75
الثالثة	-3.5	-5.5	-	-
S_j	-4.5	-4.937	9.062	0.5

$C_3 = Y_3 - Z_3 = 25 - 15 = 10$ (باقي القيم بنفس الطريقة)

$$S_1 = \frac{(-5.5) + (-3.5)}{2} = -4.5$$
..... (باقي القيم بنفس الطريقة)

نلاحظ أن مجموع هذه المؤشرات يختلف عن الصفر لذا يجب تعديلها بطرح المتوسط الحسابي $(-4.5 - 4.937 + 0.5) / 4 = 0.04$ لها من كل مؤشر لنحصل على القيم التالية

مؤشر	الفصل 1	الفصل 2	الفصل 3	الفصل 4
S_j	-4.54	-4.977	9.022	0.46

6. إزالة المركبة الموسمية ووضع السلسلة المصححة

لوضع السلسلة المصححة نقوم بطرح كل مؤشر فصلي من القيمة الاصلية

$Y = 1 - (-4.54) = 5.53$ (باقي القيم بنفس الطريقة)

السنة	الفصل 1	الفصل 2	الفصل 3	الفصل 4
الأولى	5.53	9.97	15.97	19.53
الثانية	23.53	29.97	33.97	40.53
الثالثة	46.53	49.97	55.97	58.53

7. تقدير حجم المبيعات للسنة الرابعة بوسطة السلسلة المصححة

أ. تقدير معادلة خط الاتجاه العام $T_i = \hat{a} + \hat{b}t_i$

مجموع	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	t_i
Y_t المصححة	58.53	55.97	49.97	46.53	40.53	33.97	29.97	23.53	19.53	15.97	9.97	5.53	
y_{tt}	702.36	615.67	499.7	418.77	324.24	237.79	179.82	117.65	78.12	47.91	19.94	5.53	

$$\hat{b} = \frac{\sum y_{tt} - \bar{y} \times \frac{(n+1)}{2}}{\frac{n^2-1}{12}} = 4.98$$

$$\hat{a} = \hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \left(\frac{n+1}{2} \right) = 0.1138$$

$$T_i = 0.1138 + 4.98t_i$$

ب. تقدير مبيعات فصول السنة الرابعة مع إضافة المؤشر الموسمي لكل فصل $\hat{Y}_i = T_i + S_j$

الفصل الأول (المشاهدة المتوقعة رقم 13)	$T_{13} = 0.1138 + 4.98t_i + (-4.54) = 60.31$
الفصل الثاني (المشاهدة المتوقعة رقم 14)	$T_{14} = 0.1138 + 4.98t_i + (-4.54) = 64.86$
الفصل الثالث (المشاهدة المتوقعة رقم 15)	$T_{15} = 0.1138 + 4.98t_i + (-4.54) = 83.84$
الفصل الرابع (المشاهدة المتوقعة رقم 16)	$T_{16} = 0.1138 + 4.98t_i + (-4.54) = 80.25$