المحاضرة الثالثة : المقاييس النسبية:

تتمتع المقاييس النسبية بكافة خصائص المقاييس الأخرى و هي من أقوى المقاييس المستخدمة من حيث الوصف و الترتيب و المسافة .

أولا : الربيعيات

وهي القيم التي تقسم المفردات المرتبة تصاعديا إلى اربعة اقسام متساوية من حيث العدد

* الربيع الاول : (Q1) ويكون ربع المفردات اصغر منها , وثلاثة أرباع المفردات أكبر منها.

* الربيع الثاني : (Q2) وهو قيمة التي يكون نصف المفردات أصغر منها , والنصف الآخر أكبر منها. و هو يعبر كذلك عن قيمة الوسيط .

*الربيع الثالث :(Q3) وهو القيمة التي يكون ثلاثة ارباع القيم أصغر منها والربع الآخر اكبر منها

حساب الربيعيات في البيانات غير المبوبة

لحساب الربيعيات نتبع الخطوات التالية:

- نرتب البيانات تصاعديا
- -نحدد موقع الربيع K كالتالي:
- نحدد قيمة الربيع المطلوب بحسب موقعة.

مثال 1:

احسب الربيعيات للأعداد التالية:

100 , 150 ,200 , 50 , 160 , 300, 250

الحل:

نتبع الخطوات المذكورة سابقا

-نرتب البيانات تصاعديا

50 , 100 ,150 ,160 , 200 ,250 ,300

-عدد البيانات n = 7 فردي

الربيع الاول (Q1)

موقع الربيع الاول:

K1 = n + 1/4 □ 7 +1 /4 = 8/4 =2 , K1 = 2

الربيع الاول هو قيمة العدد الذي موقعة في الترتيب التصاعدي 2 أي Q1= 100 :

وهذا يعني ان ربع الارقام اقل من 100 وثلاثة ارباع الارقام اكثر من 100

الربيع الثاني (Q2)

موقع الربيع الثاني:

$K2 = 2(n+1)/4 = 2(7+1)/4 = 16/4 = 4$, $K2 = 4$

الربيع الثاني هو قيمة العدد الذي موقعة في الترتيب التصاعدي 4 أي $Q1 = 160$:

وهذا يعني ان نصف الارقام اقل من 160 ونصف الارقام اكثر من 160

الربيع الثالث(Q3)

نحدد موقع الربيع الثالث:

$K3 = 3(n+1)/4 \square 3(7+1)/4 \square 24/4 = 6 \square K3 = 6$

الربيع الثالث هو قيمة العدد الذي موقعة في الترتيب التصاعدي 6 أي $Q1 = 250$:

وهذا يعني ان ثلاثة ارباع الارقام اقل من 250 وربع الارقام اكثر من 250

حساب الربيعيات في البيانات غير المبوبة

الربيع الأول :

$$Q1 = L1 + [\ (n/4 - fcc_{-1}) / fi\ ] * C$$

الربيع الثاني :

$$Q2 = L1 + [\ (2n/4 - fcc_{-1}) / fi\ ] * C$$

الربيع الثالث :

$$Q3 = L1 + [\ (3n/4 - fcc_{-1}) / fi\ ] * C$$

ثانيا: العشيرات

في هذا المقياس الاحصائي يتم تقسيم البيانات إلى عشرة اقسام:

العشير الاول :D1 وهو القيمة التي يسبقها عشر القراءات او البيانات ويتبعها (10/9) من البيانات

- العشير الثاني :D2 وهو القيمة التي يسبقها (10/ 2) من القراءات او البيانات ويتبعها (10/8)من البيانات وهكذا حتى القيمة العاشرة .

العشير في البيانات غير المبوبة

- العشير الاول : D1 ويمكن تحديده كالتالي :

· ترتيب البيانات تصاعديا · تحديد موقعة , D1= n /10 : فيكون هذا الناتج هو موقع العشير الاول حيث ان n هي عدد البيانات

- العشير الثاني : D2 ويحدد بعد الترتيب التصاعدي بالمعادلة , D2= 2n /10 : حيث 2 الموجودة قبل ال n تدل على ان العشير الثاني وتزداد في كل عشير حتى العشير العاشر تكون 10.

العشير في البيانات المبوبة

ويمكن ايجاد العشير من المعادلة التالية :

$$D_k = L_1 + [\ (kn\ /10 - n_1\ )\ /\ fi\ ]\ *\ c$$

حيث :

L_1 : الحد الأدنى الفعلي للفئة العشيرية.

kn/10 : رتبة العشير .

n_1 : التكرار المتجمع الصاعد للفئة قبل العشيرية.

fi : تكرار الفئة العشيرية .

C : طول الفئة .

مثال :

من الجدول السابق ، نحسب العشير السابع :

الفئة	التكرار	ت.م .ص	الحدود الفعلية
60 – 55	10	10	59.5 – 54.5
65 – 60	12	22	64.5 – 59.5
70 – 65	13	35	69.5 – 64.5
75 – 70	16	51	74.5 – 69.5

80 – 75	10	61	79.5 – 74.5
85 – 80	4	65	84.5 – 79.5
90 – 85	3	68	89.5 – 84.5
95 – 90	2	70	94.5 – 89.5
المجموع	70		

$K_7 = 7*70/10 = 49$

فئة العشير السابع : 70– 75 الفئة الفعلية : 69.5 – 74.5

ثم نطبق العلاقة :

$$D_k = L_1 + [\ (kn\ /10 - n_1\ )\ /\ fi\ ]\ *\ c$$

$D_{10} = 69.5 + [\ (\ 49 - 35)\ /\ 16\ ]\ *\ 5$

$D_{10} = 69.5 + 0.875\ *\ 5 =$ **<u>73.875</u>**

ثالثا : المئينات

المئين: هو قيمة في التوزيع يقع اقل منها أو أعلى منها نسبة معينة من العلامات.

مثال: إذا كان (p80=60) هذا يعني أن 80% من الطلاب تقع علاماتهم تحت العلامة 60 وإذا افترضنا أن عدد العلامات (مجموع التكرارات) يساوي 40 فهذا يعني أن 32 طالبا حصلوا على اقل من العلامة 60. (32=100/(40×80)

نحتاج في كثير من الأحيان لمعرفة نسبة البيانات التي تقل عن قيمة معينة أو تساويها مثل الإجابة عن سؤال :

ما نسبة عدد الطلبة الحاصلين على العلامة 73 أو اقل منها في مادة الإحصاء؟

للإجابة عن هذا السؤال:

نقسم المحور الأفقي للمضلع التكراري إلى مائة قسم بحيث تكون المساحات تحت المضلع على هذه الأقسام متساوية , أي تكون المساحة على كل قسم 100/1 من المساحة الكلية تحت المضلع.

(إن النقاط التي تقسم المساحة تحت المضلع (أو المنحنى التكراري) إلى مائة قسم متساو في المساحة تسمى المئينات)؟

المئين الأول رمزه (P1) هو القيمة التي يكون 100/1 من البيانات اقل منها أو يساويها ويكون 100/99 من البيانات أعلى منها أو يساويها . على فرض أن القيم مرتبة ترتيبا تصاعديا.

المئين 90 ورمزه (P90) هي النقطة التي يسبقها 100/90 من البيانات ويليها 100/10 منها.

المئين 50 ورمزه (P50) هي النقطة التي يسبقها نصف البيانات ويليها نصف البيانات.

تعريف :

إذا رتبت البيانات ترتيبا تصاعديا فان) K نعبر عنه بالرمز.(Pk

هو القيمة التي يكون اقل منها (أو يساويها) K بالمائة من البيانات وأعلى منها أو يساويها (K-100) بالمائة منها.

طريقة إيجاد Pk هي نفس طريقة إيجاد الوسيط عن طريق:

-إيجاد التوزيع التكراري المتجمع.

-إيجاد فئة المئين K وهي أول فئة يزيد تكرارها المتجمع على (أو يساوي) nk/100 حيث:

N: مجموع التكرارات كلها

-عين الحد الأدنى الفعلي لفئة المئين وعبر عنه بالرمز L_1.

-استخدم القانون $P_k = L_1 + [(kn /100 - n_1) / fi] * c$

C : طول الفئة

n1 : التكرار المتجمع للفئة التي تسبق فئة المئين k مباشرة

fi:تكرار فئة المئين

مثال :

من الجدول السابق ، نجسب قيمة المئين 65 ، أي القيمة (العلامة) التي لا يتجاوزها 65 ٪ من المفردات (الطلبة) و يتجاوزها بالمقابل 35 ٪ من المفرجات (الطلبة) .

الفئة	التكرار	ت.م .ص	الحدود الفعلية
60 – 55	10	10	59.5 – 54.5
65 – 60	12	22	64.5 – 59.5
70 – 65	13	35	69.5 – 64.5

74.5 – 69.5	51	16	75 – 70
79.5 – 74.5	61	10	80 – 75
84.5 – 79.5	65	4	85 – 80
89.5 – 84.5	68	3	90 – 85
94.5 – 89.5	70	2	95 – 90
		70	المجموع

$$P_k = L_1 + [\ (kn\ /100 - n_1\ )\ /\ fi\ ]\ *\ c$$

$$Kn\ /\ 100 = 65\ *\ 70\ /100 = 45.5$$

$$P_k = 69.5 + [\ (\ 45.5 - 35\ )\ /\ 16\ ]\ *\ 5$$

$$P_k = 69.5 + 3.28 = \underline{\mathbf{72.78}}$$

رابعا : الرتبة المئينية

فيما سبق درسنا كيفية حساب قيمة المئين إذا علمنا الرتبة المئينية ، أي النسبة المئوية للمفردات (الطلبة على سبيل المثال) التي تقل قيمها (علامات الطلبة مثلا) عن القيمة (العلامة) المبحوث عنها . لكن ماذا إن أردنا البحث عن هذه النسبة بمعلومية قيمة محددة ؟

من أجل ذلك نطبق الصيغة التالية :

$$PR_x = \{\ [\ (X - L\ )\ /\ C\ ]\ *\ P\%\ \} + Pc\ \%$$

X: القيمة التي نبحث عن رتبتها المئينية .

L: الحد الأدنى الفعلي للفئة التي تحوي القيمة .

P % التكرار النسبي المئوي للفئة التي تحوي القيمة

Pc % التكرار النسبي المئوي المتجمع الصاعد للفئة التي تسبق الفئة التي تحوي القيمة

إذن في جداول التوزيع التكراري نضيف خانة خاصة بالتكرار النسبي المئوي المتجمع الصاعد .

مثال :

من خلال بيانات الجدول السابق ، لنحسب الرتبة المئينية للقيمة 67 .

الفئة	التكرار fi	P% (٪)	ت.م .ص	Pc % ت.م.ص(٪)
60 – 55	10	14.28	10	14.28
65 – 60	12	17.14	22	31.42
70 – 65	13	18.57	35	50.00
75 – 70	16	22.85	51	72.85
80 – 75	10	14.28	61	87.14
85 – 80	4	5.71	65	92.85
90 – 85	3	4.28	68	97.14
95 – 90	2	2.85	70	100.00
المجموع	70	99.96		

$$PR_x = \{ [(X - L) / C] * P\% \} + Pc\ \%$$

PRx ={ [(67- 64.5) / 5] *18.57 }+ 31.42

PRx = 40.70 %

تمرين تطبيقي :

لديك الدول التالي :

الفئة	التكرار
65 – 60	12
70 – 65	10
75 – 70	14
80 – 75	12
85 – 80	4
90 – 85	3
95 – 90	5
المجموع	60

المطلوب :

حساب كل من :

أ ـ المتوسط الحسابي و الوسيط و المنوال .

ب ـ الربيع الأول و الثاني و الثالث .

ج ـ العشيرات الثالث و الخامس و السابع .

د ـ المئينات 25 ، 35 ، 50 ، 65 ، 75 ، 85 .

هـ ـ الرتبة المئينية للقيمتين 72 و 83 .

الحل

أ ـ المتوسط الحسابي و الوسيط و المنوال .

الفئة	fi التكرار	xi مركز الفئة	fi * xi
65 – 60	12	62	744
70 – 65	10	67	670
75 – 70	14	72	1008
80 – 75	12	77	924
85 – 80	4	82	328
90 – 85	3	87	261
95 – 90	5	92	460
المجموع	60		4395

المتوسط الحسابي : $X = (\sum xi* fi)/ n$

$X = 4395 / 60 = 73.2$

الفئة	التكرار	ت.م .ص	الحدود الفعلية
65 – 60	12	12	64.5 – 59.5
70 – 65	10	22	69.5 – 64.5
75 – 70	14	36	74.5 – 69.5
80 – 75	12	48	79.5 – 74.5
85 – 80	4	52	84.5 – 79.5
90 – 85	3	55	89.5 – 84.5
95 – 90	5	60	94.5 – 89.5
المجموع	60		

الوسيط : $Me = L_1 + [(n/2 - n_{-1}) / fi] * c$

$n/ 2 = 60 / 2 = 30$

و منه فالفئة الوسيطية هي : 74.5 – 69.5

$Me = 69.5 + [(30 - 22) / 14] * 5$

$Me = 72.35$

المنوال :

$$Mo = L_1 + [\Delta_1 / (\Delta_1 + \Delta_2)] * C$$

$Mo = 70 + \{[(14 - 10) / [(14 - 10) + (14 - 12)] \} * 5$

$Mo = 73.33$

ب – الربيع الأول و الثاني و الثالث :

$Q1 = L1 + [(n/4 - fcc_{-1}) / fi] * C$

الربيع الأول : $N /4 = 60 / 4 = 15$

$Q1 = 64.5 + [(15 - 12) / 10] * 5$

$Q1 = 66$

الربيع الثاني : $Q2 = L1 + [(2\ n/4 - fcc_{-1}) / fi] * C$

و هو نفسه الوسيط $Q2 = 69.5 + [(30 - 22) / 14] * 5$

Q2 = 72.35

الربيع الثالث : $Q3 = L1 + [(3n/4 – fcc_{-1}) / fi] *C$

Q3 = 74.5 + [(45 – 36) / 12] * 5

Q3 = 78.25

ج ـ العشيرات الثالث و الخامس و السابع .

العشير الثالث : $\mathbf{D_3= L_1 +[(3n /10 –fcc_{-1}) / fi] * c}$

D3 = 64.5 + [(18 – 12) / 10] * 5

D3 = 67.5

العشير الخامس :

و هو نفسه الوسيط $D5= 69.5 + [(30 – 22) / 14] * 5$

و الربيع الثاني D5 = 72.35

العشير السابع :

$D7 = \mathbf{L_1 +[(7n /10 –fcc_{-1}) / fi] * c}$

D7 = 74.5 +{ [(7*60 / 10) – 36] / 13 } * 5

D7 = 76.8

د ـ المئينات 25 ، 35 ، 50 ، 65 ، 75 ، 85 .

-استخدم القانون $\mathbf{P_k= L_1 +[(kn /100 – n_1) / fi] * c}$

و هو نفسه $P25 = 64.5 + [(15 – 12) / 10] * 5$

الربيع الأول . $P25 = 66$

المئين 35 : $P35 = 64.5 + \{ [(35 * 60 /100) – 12] / 10 \} * 5$

$P35 = 64.5 + [(21 – 12) / 10] * 5$

$P35 = 69$

المئين 50 : $P50 = L1 + [(50n/100 – fcc_{-1}) / fi] * C$

$P50 = 69.5 + [(30 – 22) / 14] * 5$

و هو نفسه الوسيط و الربيع الثاني . $P50 = 72.35$

المئين 65 : $P65 = L1 + [(65\ n/100 – fcc_{-1}) / fi] * C$

$P65 = 74.5 + [(39 – 36) / 12] * 5$

$P65 = 75.75$

المئين 75 : $P75 = L1 + [(75\ n /100 – fcc_{-1}) / fi] *C$

و هو نفسه الريع الثالث . $P75= 74.5 + [(45 – 36) / 12] * 5$

$75 = 78.25$

$P85 = L1 + [(85\ n /100 – fcc_{-1}) / fi] *C$

$P85 = 79.5 + [(51 – 48) / 4] * 5$

P85 = 83.25

هـ ـ الرتبة المئينية للقيمتين 72 و 83 .

$$PR_x = \{ [(X - L) / C] * P\% \} + Pc\ \%$$

الفئة	التكرارfi	P% (٪)	ت.م .ص	Pc % ت.م.ص(٪)
65 – 60	12	20	12	20.00
70 – 65	10	16.66	22	36.66
75 – 70	14	23.33	36	60.00
80 – 75	12	20	48	80.00
85 – 80	4	6.66	52	86.66
90 – 85	3	5	55	91.66
95 – 90	5	8.33	60	100.00
المجموع	60	99.96		

$$PR_{72} = \{ [(72 - 69.5) / 5] * 23.33\ \% \} + 36.66\ \%$$

$$PR_{72} = 48.32\ \%$$

$$PR_{83} = \{ [(83 - 79.5) / 5] * 6.66\ \% \} + 80.00\ \%$$

$$PR_{83} = 84.66\ \%$$