

**Correction d'examen de probabilités et statistiques**

**Exercice N°1 : (05 points)**

1.

$$p(s, t) = \frac{C_s^1 C_t^1}{C_{s+t}^2} = \frac{2st}{(s+t)^2 - (s+t)} \dots\dots\dots 2 \text{ pts}$$

2. Pour que l'on ait  $p(s, t) = \frac{1}{2}$

$$\frac{2st}{(s+t)^2 - (s+t)} = \frac{1}{2}$$

Alors,

$$4st = (s+t)^2 - (s+t) \Rightarrow (s-t)^2 - (s+t) = 0 \dots\dots\dots 1 \text{ pt}$$

On pose :  $s - t = \alpha$  (\*)

On trouve  $s + t = \alpha^2$  (\*\*)

De (\*) et (\*\*) on obtient la relation entre s et t suivante :

$$\begin{cases} s = \frac{\alpha}{2}(\alpha + 1) \dots\dots\dots 1 \text{ pt} \\ t = \frac{\alpha}{2}(\alpha - 1) \dots\dots\dots 1 \text{ pt} \end{cases}$$

**Exercice N°2: (05 points)**

1. La probabilité qu'aucun médecin ne soit spécialiste parmi ces 3 médecins est égale à:

$$\frac{24}{91} \dots\dots\dots 2.5 \text{ pts}$$

2. Car on a :

$$p = \frac{C_{10}^3 C_5^0}{C_{15}^3} = \frac{24}{91} \dots\dots\dots 2.5 \text{ pts}$$

**Exercice N°3 : (05 points)**

1. La probabilité d'avoir exactement la somme de 2700 dinars est :

$$\frac{5}{231} \dots\dots\dots 2.5 \text{ pts}$$

2. Car on a :

$$p = \frac{C_{10}^3 C_5^0}{C_{15}^3} = \frac{24}{91} \dots\dots\dots 2.5 \text{ pts}$$

**Exercice N°4 : (05 points)**

Pour que  $p$  soit une loi de probabilité de la variable aléatoire réelle  $X$  il faut que :

1.  $\forall k \in \mathbb{N}, 0 \leq p(X = k) \leq 1$  ..... 1 pt
2.  $\sum_{k=0}^{+\infty} p(X = k) = 1$  ..... 1 pt

Alors

$$\begin{aligned} 1 &= \sum_{k=0}^{+\infty} p(X = k) = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{a}{2^k \times k!} = a \left[ 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2 2!} + \frac{1}{2^3 3!} + \dots \right] \dots 1 \text{ pt} \\ &= a \left[ \frac{1}{2^0 0!} + \frac{1}{2^1 1!} + \frac{1}{2^2 2!} + \frac{1}{2^3 3!} + \dots \right] = a e^{\frac{1}{2}} \dots 1 \text{ pt} \end{aligned}$$

Donc

$$a = e^{-\frac{1}{2}} \dots 1 \text{ pt}$$