السنة الدراسية : 2020 – 2021 | **إمتحان تعويضي** | مقياس تحليل 1

المدة: 1سا و30د.

التمرين الأول: (6 نقط)

لتكن E مجموعة معرفة كمايلي: $E = \left\{ \frac{2|x|}{|x|+1} : x \in \mathbb{R} \right\}$.

1 بين أن E محدودة.(إرشاد: $\forall x \in \mathbb{R} : 0 \leq |x| < |x|+1$)

2 حدد $\inf(E)$. هل تملك E أصغر عنصر $(\min(E))$؟

3 بإستعمال الخاصية المميزة للحد الأعلى sup، برهن أن $\sup(E) = 2$. هل تملك E أكبر عنصر $(\max(E))$؟

التمرين الثاني: (7 نقط)

لتكن المتتالية (u_n) المعرفة كمايلي:

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \dfrac{1+2u_n}{2+u_n} \end{cases} \quad : n \in \mathbb{N} \text{ لكل}$$

1 برهن بالتراجع أنه: $\forall n \in \mathbb{N} : u_n > 1$.

2 أدرس رتابة المتتالية (u_n).

3 إستنتج طبيعة المتتالية (u_n). ثم أحسب نهايتها.

التمرين الثالث: (7 نقط)

لتكن الدالة f المعرفة كمايلي : $f(x) = \dfrac{e^{2x}-1}{x}$.

1 برهن أن الدالة f تقبل إمتدادا بالإستمرار عند 0.

2 عين $\tilde{f}$ إمتداد f بالإستمرار عند 0.

3 أدرس قابلية إشتقاقية الدالة $\tilde{f}$ عند 0. (يمكن إستخدام قاعدة لوبيتال عند الضرورة)

4 هل $\tilde{f}$ من الصنف C^1 على $\mathbb{R}$. برر جوابك.