Université de M'sila — Année universitaire 2021/2022

Faculté : Math & Informatique — Module : Algèbre 2

Série d'Exercice N° 01

Exo 01 Monter que l'ensemble $\mathbb{R}^3$ muni par la loi **Interne** + :

$$(x,y,z)+(x_1,y_1,z_1)=(x+x_1,y+y_1,z+z_1)$$

Et la loi **Externe** × : $\forall\lambda\in\mathbb{R},\ \lambda(x,y,z)=(\lambda x,\lambda y,\lambda z)$ est un Espace Vectoriel sur $\mathbb{R}$

Exo 02 On considère dans $\mathbb{R}^3$ les vecteurs $v_1=(0,1,-2), v_2=(1,1,0), v_3=(-2,0-2)$.

1. Monter que l'ensemble $\{v_1,v_2,v_3\}$ forme une **Base** de $\mathbb{R}^3$
2. Déterminer pour quelle valeur de $t\in\mathbb{R}$ le vecteur $U=(t,5,-5)$ est une combinaison linéaire des vecteurs v_1,v_2,v_3

Exo 03 Soit $\mathbb{R}^4$ un $\mathbb{R}$ -Espace Vectoriel

I. Soit $E=\{(x,y,z,t)\in\mathbb{R}^4:\ x-y-z+2t=0\}$
   a. Montrer que E est un Sous espace vectoriel de $\mathbb{R}^4$
   b. Déterminer la base et la dimension de Sous Espace Vectoriel E

II. Soit $F=\{(x,y,z,t)\in\mathbb{R}^4:\ x-y=0\,, z=t=0\}$
   a. Montrer que F est un Sous espace vectoriel de $\mathbb{R}^4$
   b. Déterminer la base et la dimension de Sous Espace Vectoriel F

III. Déterminer $(E\cap F)$ et $(E+F)$ puis monter qu'ils sont des Sous-Espace-vectoriel de $\mathbb{R}^4$
   a. Déterminer la base et la dimension de $(E\cap F)$ et $(E+F)$.
   b. Est-ce que $(E\cap F)$ et $\mathbb{R}^4=E\oplus F$