Université Mohamed Boudiaf de M’sila

Cours de

Physique 2

RAPPELS MATHEMATIQUE

ELECTROSTATIQUE

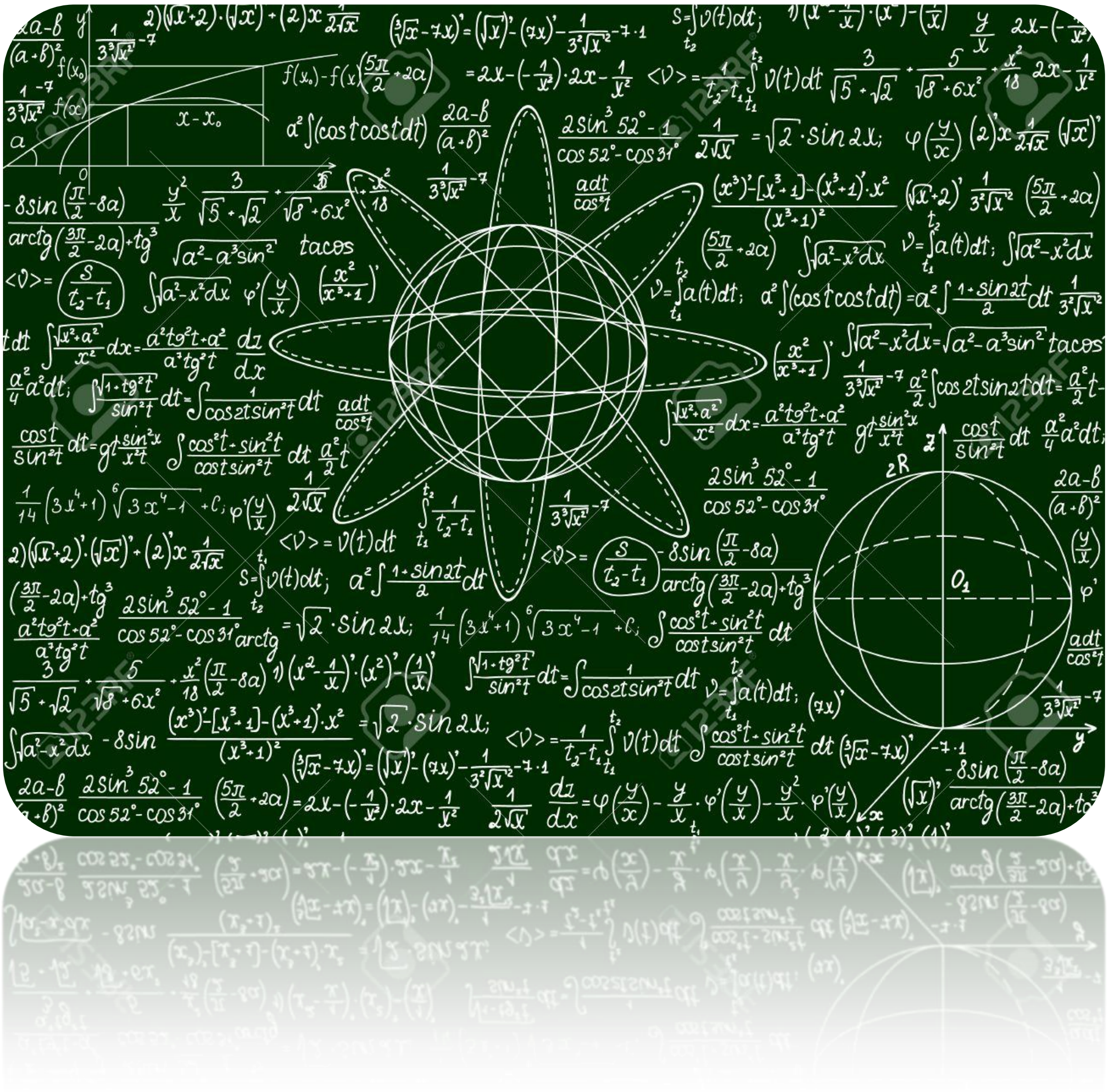
Domaine MI

Mr: Dilmi Mourad

Année universitaire 2019-2020

Chapitre I

RAPPELS MATHEMATIQUES



1. Les vecteurs :

Un vecteur est un objet mathématique qui possède une intensité et une direction.

On désignera un vecteur au moyen d'un symbole surmonté d'une flèche ***(V)*** et son intensité par le symbole sans la flèche ***V***.

La composante d'un vecteur sur un axe donné est la longueur de la projection du vecteur sur l'axe. Soit trois axes orthogonaux ***X, Y*** et ***Z***. Un vecteur (tridimensionnel) est complètement déterminé par ses composantes ***x, y, z*** sur les trois axes. On écrit $\vec{V} = (x, y, z)$. Cela dit, il est important de remarquer que le vecteur est indépendant des axes choisis (c'est-à-dire du référentiel), tandis que les composantes changent si l'on effectue une rotation des axes, par exemple.

Un vecteur unitaire est un vecteur dont la grandeur est égale à ***1***. On le désigne par une lettre minuscule $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}, \vec{u}$, etc.). Pour tout vecteur $\vec{V}$ non nul. $\vec{u} = \frac{\vec{V}}{V}$. est un vecteur unitaire parallèle à $\vec{V}$. Les trois vecteurs unitaires $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ sont parallèles aux axes ***X, Y, Z***, respectivement et manifestement,

$$\vec{V} = x\vec{i} + y\,\vec{j} + z\,\vec{k}$$

Le produit scalaire de deux vecteurs $\vec{V1}$ et $\vec{V}_2$ est un nombre, noté $\vec{V1} \,.\, \vec{V}_2$ et défini comme

$$\boxed{\vec{V}_1 = x_1\vec{i} + y_1\vec{j} + z_1\vec{k} \quad \text{et} \quad \vec{V}_2 = x_2\vec{i} + y_2\vec{j} + z_2\vec{k} \quad \Rightarrow \quad V = \vec{V}_1 \circ \vec{V}_2 = (x_1.x_2) + (y_1.y_2) + (z_1.z_2)}$$

On peut montrer que. θ est l'angle entre $\vec{V1}$ et $\vec{V}_2$. Le produit $\vec{V1} \,.\vec{V}_2$ est un scalaire, en ce sens que sa valeur ne change pas si l'on effectue une rotation des axes ***x, y*** et ***z***.

On a

$$\boxed{\begin{array}{l} \vec{V}_1 \circ \vec{V}_2 = |\vec{V}_1|.|\vec{V}_2|\cos(\vec{V}_1, \vec{V}_2) = |\vec{V}_1|.|\vec{V}_2|\cos(\theta) \\ \vec{V}_1 \circ \vec{V}_1 = |\vec{V}_1|.|\vec{V}_2|\cos(\vec{V}_1, \vec{V}_1) = V_1^2 \end{array}}$$

Le produit vectoriel de $\vec{V1}$ et $\vec{V}_2$ est un vecteur, noté $\vec{V1} \wedge \vec{V}_2$ et défini comme

$$\boxed{\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & k \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} = (y_1.z_2 - y_2.z_1)\vec{i} - (x_1.z_2 - x_2.z_1)\vec{j} + (x_1.y_2 - x_2.y_1)\vec{k}}$$

On peut montrer que. θ est l'angle entre $\vec{V1}$ et $\vec{V}_2$

$$\boxed{\begin{array}{l} \vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2 = |\vec{V}_1|.|\vec{V}_2|\sin(\vec{V}_1, \vec{V}_2)\,\vec{u} = |\vec{V}_1|.|\vec{V}_2|\sin(\theta)\,\vec{u} \\ \vec{u} : \text{est un vecteur unitaire}, \vec{u} \perp (\vec{V}_1 et\, \vec{V}_2) \end{array}}$$

- La dérivée d'un vecteur par rapport à une variable s'effectue composante par composante.

La dérivée d'un produit scalaire ou d'un produit vectoriel suit les lois de la dérivée d'un produit ordinaire.

2 . *Systèmes de coordonnées du plan et de l'espace:*

La méthode de calcul des intégrales linéiques, surfaciques ou volumique dépend du système de coordonnés employées. Le système le plus général est celui des coordonnées cartésiennes (x, y, z) mais on verra que suivant les symétries du système on aura intérêt à employer d'autres systèmes de coordonnées comme les cylindriques ou les sphériques.

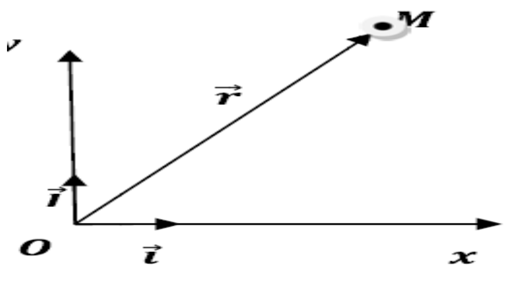
En électrostatique par exemple avant d'étudier le champ créé par une charge, il faut indiquer par rapport à quel repère ou système de coordonnées. Dans ce paragraphe nous allons exposer les différents systèmes de coordonnées ainsi que leurs bases, c'est-à-dire l'ensemble des trois vecteurs sur lesquels on développe les vecteurs et on va donner les expressions du vecteur de déplacement infinitésimal, surface et volume élémentaires .

2.1. *Systèmes de coordonnées dans le plan*

A) Coordonnées cartésiennes:

Un point M quelconque du plan peut être repéré par ses coordonnées cartésiennes (x, y) dans la base orthonormée : $(\vec{\imath}, \vec{\jmath})$ On peut alors écrire :

$\overrightarrow{OM} = \vec{r} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath}$ le module est : $|\overrightarrow{OM}| = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2}$



-*Elément de surface infinitésimal :*

On considère la surface infinitésimale engendrée par le déplacement du point M précédemment décrit.

L' aire de cette surface est donnée par

$$ds = dx.dy$$

B -*Coordonnées polaires* :

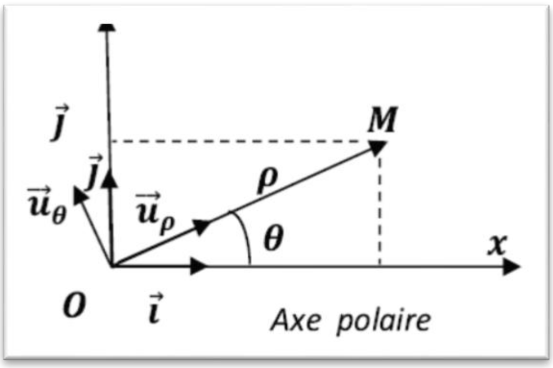
Dans le plan (Oxy), un point M est repéré en coordonnées cartésiennes par son abscisse x et son ordonnée y (deux distances). En coordonnées polaires
M est repéré en par une distance et un angle définis par :

ρ : distance du point M à l'origine O, $0 \leq \rho < +\infty$.

θ : l'angle du dièdre direct (sens positif) appelé angle polaire .

$$\overrightarrow{OM} = \vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} = \rho\overrightarrow{u_\rho} = \rho\cos\theta\,\vec{i} + \rho\sin\theta\,\vec{j}$$

$$\begin{cases} x = \rho\cos\theta \\ y = \rho\sin\theta \end{cases} \quad <=> \quad \begin{cases} \rho = \sqrt{x^2+y^2} \\ \theta = arctg\dfrac{y}{x} \end{cases}$$

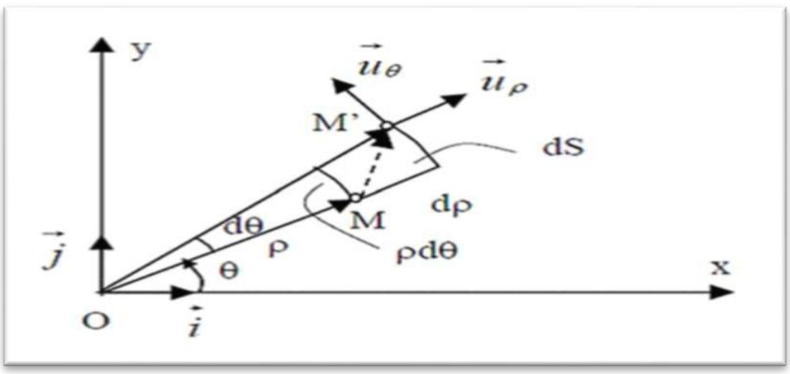


-Elément de surface infinitésimal :

On considère la surface infinitésimale engendrée par le déplacement du point M précédemment décrit.

L'aire de cette surface est donnée par:

$$ds = \rho.d\rho.d\theta$$

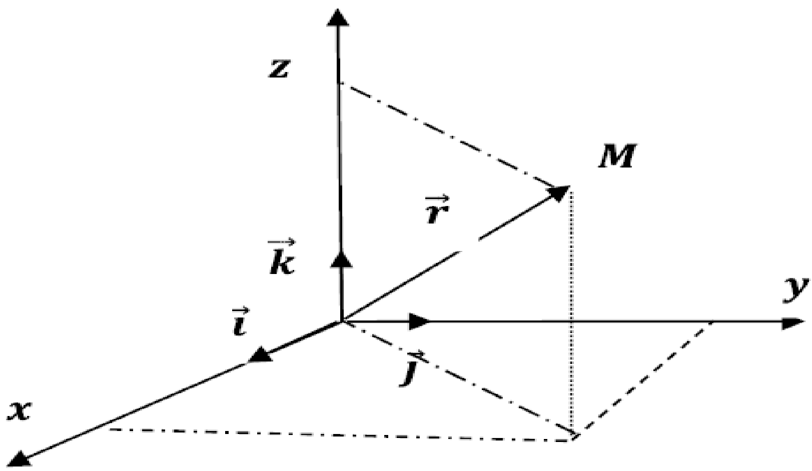


2.2. *Systèmes de coordonnées dans l'espace* :

A) Coordonnées cartésiennes :

Un repère cartésien est défini par un point origine O et trois axes (Ox, Oy, Oz) perpendiculaires entre eux. Les vecteurs unitaires portés par les axes sont : $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, Chaque point M de l'espace est repéré par les trois composantes du vecteur $\vec{r}$ joignant O à M .

$$\overrightarrow{OM} = \vec{r} = x\vec{i} + y\,\vec{j} + z\,\vec{k}$$



La différentielle du déplacement se trouve facilement à partir de sa définition :

$$d\overrightarrow{OM} = d\vec{r} = dx\vec{i} + dy\,\vec{j} + dz\,\vec{k}$$

-Elément de volume infinitésimal :

Le déplacement de M à M' *engendre* un volume élémentaire limité par six surface parallèles deux à deux dont $\overrightarrow{MM'}$ est une diagonale principale.

$$dV = dx.dy.dz$$

-Elément de surface infinitésimal :

Fixant l'une des coordonnées, le point M se déplace dans une surface élémentaire d'aire :

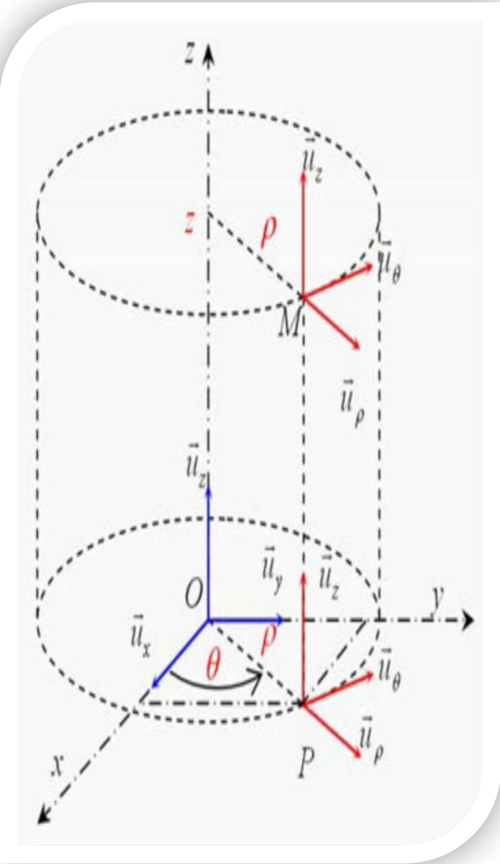
$dS_x = dy.dz$ si l'on fixe l'abscisse x ;

$dS_y = dx.dz$ si l'on fixe l'ordonnée y;

$dS_z = dx.dy$ si l'on fixe la côte z

B) Coordonnées cylindrique :

Un point **M** de l'espace peut être repéré par ses coordonnées cylindriques ρ, θ et z dans la base associée au repère cylindrique; $(\vec{u}_\rho, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$



$$\overrightarrow{OM} = \vec{r} = \rho\overrightarrow{u_\rho} + z\vec{k}$$

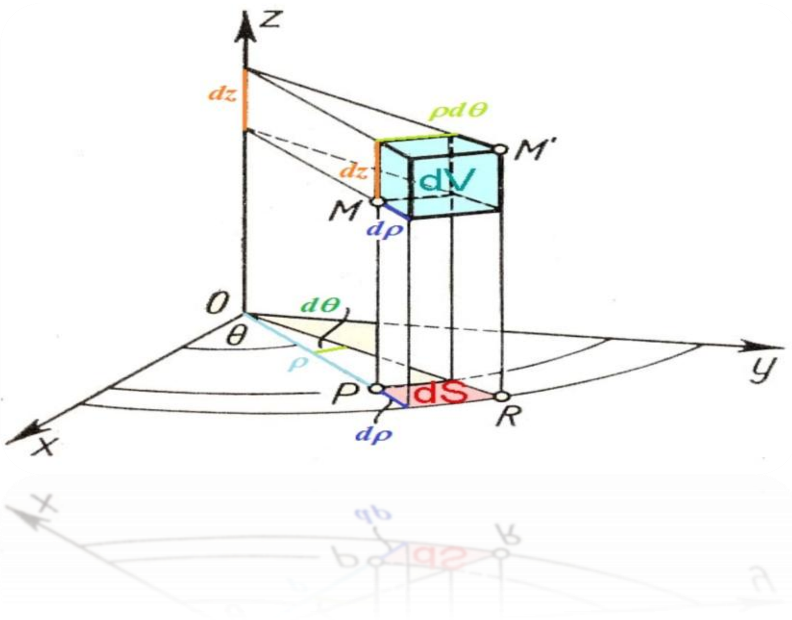
et

$$\left|\overrightarrow{OM}\right| = |\vec{r}| = \sqrt{\rho^2 + z^2}$$

-Elément de volume infinitésimal:

On considère le volume infinitésimal dV engendré par le déplacement du point **M** précédemment décrit. Ce volume est donné par:

$$dV = \rho.d\rho.d\theta.dz$$



- Elément de surface infinitésimal :

Fixant l'une des coordonnées, le point **M** se déplace dans une surface élémentaire d'aire;

$dS_\rho = \rho d\theta.dz$; Si l'on fixe le rayon ρ .

$dS_\theta = d\rho.dz$; Si l'on fixe l'angle θ .

$dS_z = d\rho.\rho.d\theta$; Si l'on fixe la côte z .

c) Coordonnées sphériques:

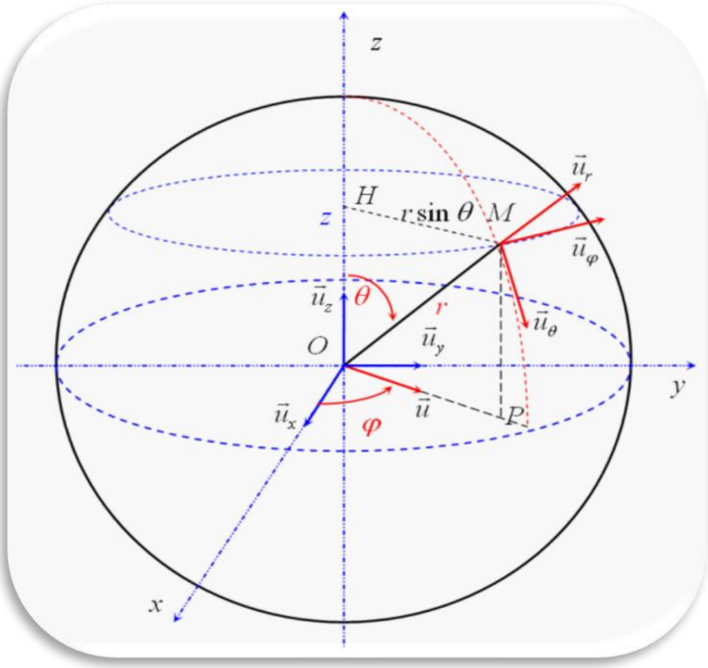
Les trois vecteurs $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_\varphi)$ formant la base sphérique peuvent être obtenus par une rotation de $(\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ d'un angle φ autour de Oz, suivie d'une rotation d'un angle θ autour de $\vec{u}_\varphi$.

Le vecteur position du point M en coordonnées sphériques, c'est-à-dire dans la base sphérique s'écrit :

$\overrightarrow{OM} = r\vec{u}_r = x\vec{\imath} + y\,\vec{\jmath} + z\,\vec{k}$ De la figure, on peut exprimer x, y et z en fonction de r, θ et φ.

$$\vec{u_r} = \sin\theta\cos\varphi\,\vec{\imath} + \sin\theta\sin\varphi\,\vec{\jmath} + \cos\theta\,\vec{k}$$

$$\begin{cases} x = \sin\theta\cos\varphi \\ y = \sin\theta\sin\varphi \\ z = \cos\theta \end{cases} \quad <=> \quad \begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ \varphi = arc\ tan\dfrac{y}{x} \\ \theta = arc\ \cos\dfrac{z}{r} \end{cases}$$

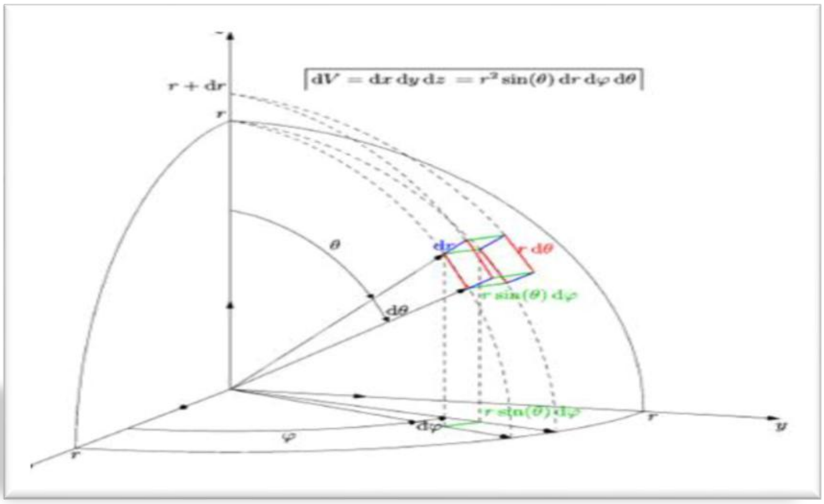


-Elément de volume infinitésimal :

On considère le volume infinitésimal dV engendré par le déplacement du point M précédemment décrit.

Ce volume est donné par:

$$dV = r^2 \sin\theta\, dr d\theta\, d\varphi$$



-Elément de surface infinitésimal :

$dS_r = r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\varphi$ Si l'on fixe le rayon r.

$dS_\theta = r.\sin\theta.dr.d\varphi$ si l'on fixe l'angle θ;

$dS_\varphi = dr.rd\theta$ si l'on fixe l'angle φ.

En faisant varier r de 0 à R, θ de 0 à π et φ de 0 à 2π, le point M décrira une sphère de rayon R et de centre O. On écrit :

$$v = \iiint_v dv = \iiint_v r^2 \sin\theta dr d\theta d\varphi = \int_0^R r^2 dr \int_0^\pi \sin\theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi = \frac{R^3}{3}.2.2.\pi$$

C'est-à-dire que $\boxed{v = \frac{4}{3}\pi R^3}$ qui est bien le volume de la sphère.

On peut obtenir la surface (donc deux dimensions) de la même sphère en fixant dés le début

$$r = R : \ s = \iint_s ds = R^2 \int_0^\pi \sin\theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi = 4\pi R^2$$

3 - LES OPERATEURS : *Gradient, divergence et rotationnel*

a- L'opérateur gradient Définissons un champ vectoriel noté $\overrightarrow{grad} f$ dont l'expression est :

$$\overrightarrow{grad}\, f = \left(\frac{\partial f}{\partial x} ; \frac{\partial f}{\partial y} ; \frac{\partial f}{\partial z} \right)$$

Le champ $\overrightarrow{grad}\, f$ est appelé gradient de f. L'opérateur gradient est un champ vectoriel agissant sur une fonction scalaire.

$$\overrightarrow{grad}\, f = \vec{\nabla}.f = \frac{\partial f}{\partial x}\vec{\imath} + \frac{\partial f}{\partial y}\vec{\jmath} + \frac{\partial f}{\partial z}\vec{k}$$

b- ***L'opérateur divergence*** :

Soit un champ vectoriel $\vec{V} = (Vx(x,y,z), Vy(x,y,z), Vz(x,y,z))$. La divergence de $\vec{V}$ est le champ scalaire noté $div\,\vec{V}$ et défini comme :

$$div\,\vec{V} = \vec{\nabla}.\vec{V} = \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z}$$

La signification physique de la divergence sera examinée plus tard.

c- ***L'opérateur rotationnel*** :.

Soit un champ vectoriel $\vec{V} = (Vx(x,y,z), Vy(x,y,z), Vz(x,y,z))$. Le rotationnel de $\vec{V}$ est le champ vectoriel $\overrightarrow{rot\vec{V}}$ noté et défini comme

$$\overrightarrow{rot}\,\vec{V} = \vec{\nabla} \wedge \vec{V} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ V_x & V_y & V_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial V_z}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial z}\right)\vec{i} - \left(\frac{\partial V_z}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial z}\right)\vec{j} + \left(\frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial y}\right)\vec{k}$$

d- L'opérateur Nabla $\vec{\nabla}$.

C'est un opérateur vectoriel qui a pour composante: $\left(\frac{\partial}{\partial x} ; \frac{\partial}{\partial y} ; \frac{\partial}{\partial z}\right)$

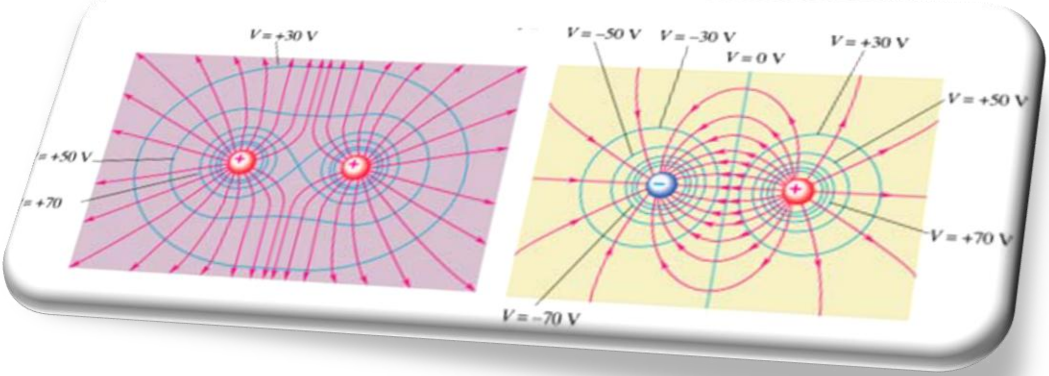
tel que :

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\,\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\,\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\,\vec{k}$$

$$\boxed{\begin{aligned} &\vec{\nabla} f(x,y,z) = \overrightarrow{grad}\, f(x,y,z) \\ &\vec{\nabla}\vec{V}(x,y,z) = div\vec{V}(x,y,z) \\ &\vec{\nabla}\Lambda\vec{V}(x,y,z) = \overrightarrow{grad}\vec{V}(x,y,z) \end{aligned}}$$

Chapitre II

ELECTROSTATIQUE



I.1 Introduction.

L'électrostatique, est l'étude des interactions entre charges électriques maintenues fixes dans un repère donné **(immobiles)**.

Pour évaluer les interactions entre charges, il est très commode d'introduire le concept de champ. Dans ce chapitre, nous allons introduire et étudier le champ électrostatique (on dit souvent le champ électrique) et les méthodes de le calculer quand c'est possible.

Quantification de la charge électrique :

C'est un fait expérimental que toutes les charges électriques isolables sont des multiples entiers d'une charge fondamentale, égale à la charge du proton. Il semble que tous les protons ont rigoureusement la même charge électrique, notée $q_p = 1{,}602.10^{-19}\ C$ (*C* : coulomb). Tous les électrons ont une charge égale à $-q_p$.

L'existence de charges positives et négatives correspond au fait que la force entre deux charges immobiles (que nous allons bientôt investiguer) peut être attractive ou répulsive.

La force gravitationnelle, par contre, est toujours attractive, d'où le fait que toutes les masses sont positives.

Quoi qu'il en soit, les lois de l'électrostatique que nous allons développer sont indépendantes de la quantification de la charge. Les forces seront de nature électrostatique. On dit aussi force coulombienne.

Afin de faciliter la compréhension de certaines parties, dans la suite du cours, nous supposerons toujours que les charges sont positives (sauf quand c'est indiqué).

Phénomène d'électrisation :

Tous les corps s'électrisent, on dispose de plusieurs moyens pour le faire:

- ✓ par frottement .
- ✓ par contact avec un corps déjà électrisé .
- ✓ en reliant le corps à une borne d'un générateur électriques .

Des expériences montrent que l'on peut ranger les corps schématiquement en deux classes:

. Matériaux conducteurs, matériaux isolants

Du point de vue électrique, on distingue deux grandes familles de matériaux : les isolants et les conducteurs .

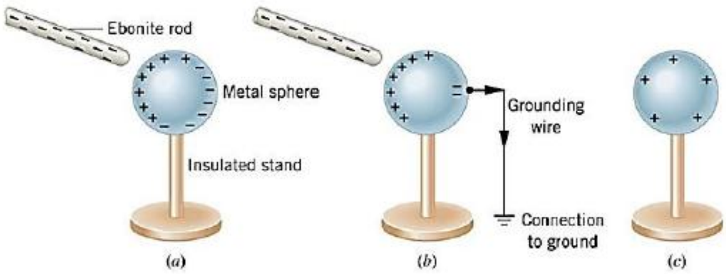
.1. Matériaux isolants (diélectriques)

Les corps qui par leur structure interne, ne permettent pas le passage des électrons libres d'un atome à un autre sont appelés des isolants électriques (ébonite, verre, porcelaine, les matières plastiques ...), les isolants se charge par friction.

.2. *Matériaux conducteurs :*

Dans ce type de matériau, les charges sont libres de se déplacer et se répartissent dans l'ensemble du matériau sous l'effet de la répulsion électrostatique.

Un conducteur se charge par induction.



À l'échelle macroscopique :

• un objet chargé **négativement** comporte un ***excès*** de charges négatives ;

• un objet chargé **positivement** comporte un ***déficit*** de charges négatives.

Distributions de charges:

L'étude des propriétés physiques des corps chargés électriquement nécessite une description mathématique de la répartition des charges. On distinguera les distributions discrètes et les distributions continues :

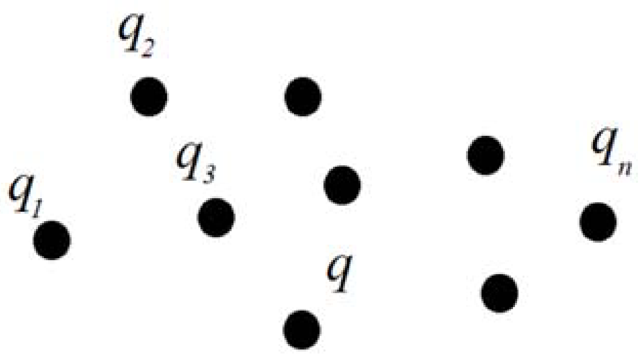
a) Distributions discrètes :

1- **Charge ponctuelle** :

On considérera une charge comme ponctuelle quand la distance charge – observateur est très grande devant la taille caractéristique de la charge.

2 - **Distribution discrète** :

Ensemble de charges discernables par un observateur $q_1, q_2 \dots, q_n$



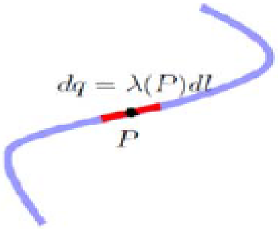
b) Distributions continues:

hypothèse d'une charge macroscopique permettant de définir une charge infinitésimale dq, à laquelle on peut appliquer les formules établies dans le cas d'une charge ponctuelle, avant d'intégrer sur la distribution. On définit ainsi les densités :

☐ ***Distribution linéique :***

On définit la densité linéique de charges $\boldsymbol{\lambda}$ par :

$$\boldsymbol{\lambda} = \lim_{\Delta l \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta l} = \frac{dq}{dl}$$



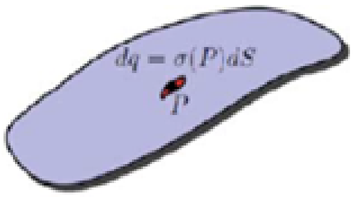
$$\boldsymbol{\lambda} = \frac{dq}{dl} \quad [C.m^{-1}]$$

$$dq = \lambda\, dl$$

☐ ***Distribution surfacique :***

On définit la densité surfacique de charges $\boldsymbol{\sigma}$ par :

$$\boldsymbol{\sigma} = \lim_{\Delta s \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta s} = \frac{dq}{ds}$$



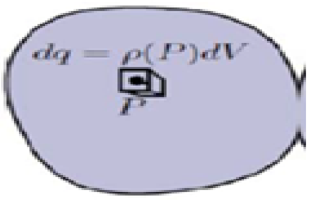
$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{dq}{ds} \quad [C.m^{-2}]$$

$$dq = \sigma\, ds$$

☐ ***Distribution volumique :***

On définit la **densité volumique** de charges $\boldsymbol{\rho}$ par :

$$\boldsymbol{\rho} = \lim_{\Delta v \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta v} = \frac{dq}{dv}$$



$$\boldsymbol{\rho} = \frac{dq}{dv} \quad [C.m^{-3}]$$

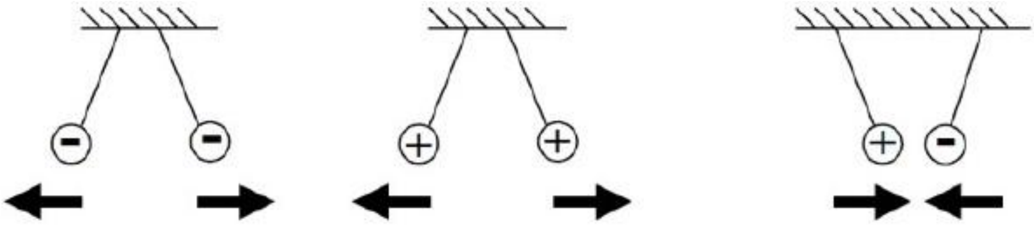
$$dq = \rho\, dv$$

Interactions coulombiennes (électrostatiques):

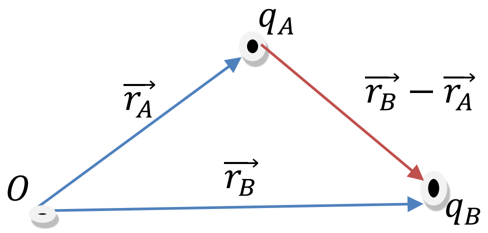
Ensemble de deux interactions réciproques qu'exercent l'un sur l'autre deux systèmes chargés électriquement.

Expérimentalement, on observe que :

- Les charges de même signe (+) (+) ou (–) (–) se repoussent ;
- Les charges de signes opposés (+) (–) ou (+) (–) s'attirent.



Cas de deux charges ponctuelles $q_A$et q_B,



Loi de Coulomb :

Les propriétés de la force électrostatique exercée par une charge ponctuelle q_1 sur une autre charge ponctuelle q_2 ont été déterminés par *Charles Auguste de Coulomb (1736-1806)* comme suit :

1. La force électrostatique est dirigée selon la droite qui joint les deux charges q_1 et q_2.
2. Elle est proportionnelle au produit des charges : soit elle est attractive si les charges sont de signe opposé soit elle est répulsive si les charges sont de même signe.
3. Elle est proportionnelle à l'inverse du carré de la distance entre les deux charges.

La loi de la force de Coulomb traduisant les propriétés ci-dessus est donnée par l'expression suivante:

$$\overrightarrow{F_{AB}} = K \frac{q_A q_B}{|\overrightarrow{r_B} - \overrightarrow{r_A}|^2} \frac{\overrightarrow{r_B} - \overrightarrow{r_A}}{|\overrightarrow{r_B} - \overrightarrow{r_A}|}$$

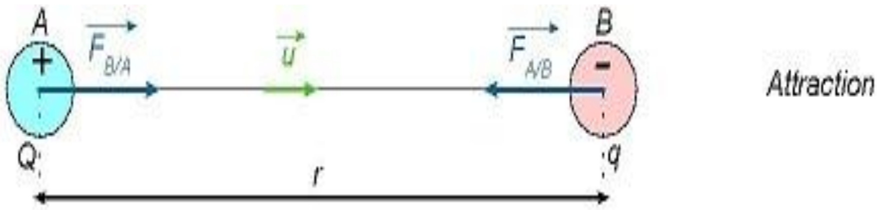
Dans le système S.I. : $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9.10^9 \; S.I$ $\overrightarrow{u_{AB}} = \frac{\overrightarrow{r_B} - \overrightarrow{r_A}}{|\overrightarrow{r_B} - \overrightarrow{r_A}|}$

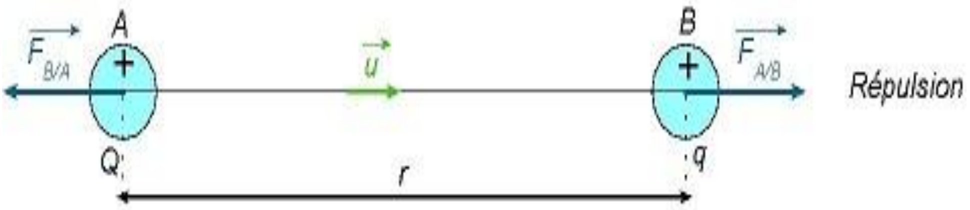
Avec : ε_0 : permittivité diélectrique ***du vide*** : $\varepsilon_0 = 8.854\ 10^{-12}\ F\ m^{-1}$ => $K = 8.9877\ 10^9 \cong 9\ \ 10^9$

Ou encore : $$\overrightarrow{F_{AB}} = K\frac{q_A q_B}{|\overrightarrow{r_B}-\overrightarrow{r_A}|^2}\overrightarrow{u_{AB}}$$

Force exercée par ***B*** sur ***A*** : $$\overrightarrow{F_{BA}} = K\frac{q_B q_A}{|\overrightarrow{r_A}-\overrightarrow{r_B}|^2}\overrightarrow{u_{BA}}$$

- 1^{er} cas : $q_A\, q_B > 0$ charges de même signe $(+)(+)$ ***ou*** $(-)(-)$.
- $2^{ème}$cas : $q_A\, q_B < 0$ charges opposées $(+)\ (-)$ ***ou*** $(+)\ (-)$.

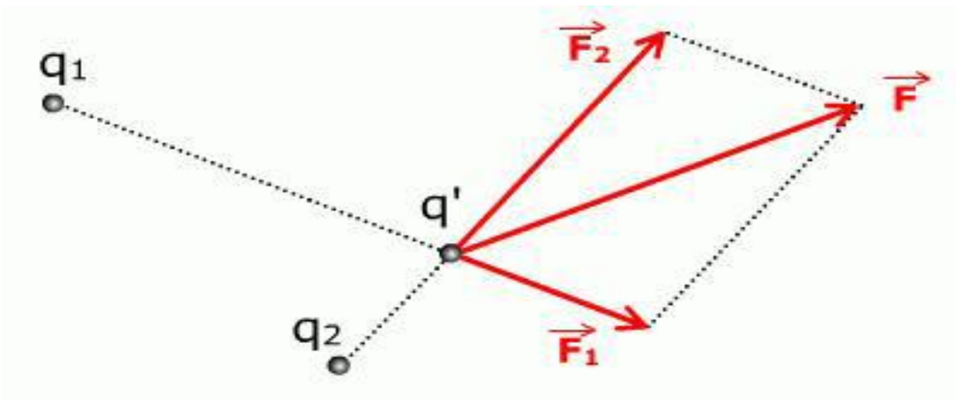




Principe de superposition :

D'après la propriété de l'additivité des forces électrostatiques auxquelles est soumise une charge q en présence de deux charges q_1 et q_2. La résultante des forces est calculée comme suit :

$$\vec{F} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} = K\frac{q_1 q}{r_1{}^2}\overrightarrow{u_1} + K\frac{q_2 q}{r_2{}^2}\overrightarrow{u_2}$$



$$\overrightarrow{F_{tot}} = \sum_1^n \overrightarrow{F_\iota}$$

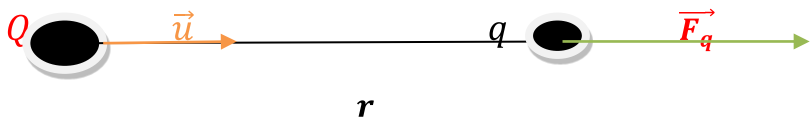
Champ électrique :

En électrostatique:

On appelle champ électrique une région de l'espace où, en tout point, une charge q, maintenue immobile, est soumise à l'action d'une force électrique. On introduit alors une grandeur vectorielle $\vec{E}$ telle que:

$$\boldsymbol{\vec{E} = \frac{Kq}{r^2}\,\vec{u_r}}$$

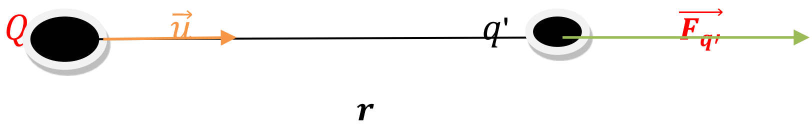
On considère une charge $\boldsymbol{Q}$ fixe et on approche une charge $\boldsymbol{q}$ en un point M situé à une distance $\boldsymbol{r}$ de celle-ci.



La loi de Coulomb indique que q subit une force électrostatique :

$$\vec{F_q} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{r^2}\vec{u}$$

Si on remplace q' par q, la force devient :



$$\vec{F_{q'}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq'}{r^2}\vec{u}$$

La grandeur vectorielle $\vec{F}/_q$ est indépendante de q ou q' :

$$\frac{\vec{F_q}}{q} = \frac{\vec{F_{q'}}}{q'} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq'}{r^2}\vec{u} = \vec{E} \quad <=> \begin{cases} \vec{F_q} = q\vec{E} \\ \vec{F_{q'}} = q'\vec{E} \end{cases}$$

$\vec{E}$: ne dépend que la charge source $\boldsymbol{Q}$ et de la distance par-rapport à cette source.

Cette grandeur est définie comme étant le champ électrostatique créé par la charge $\boldsymbol{Q}$.

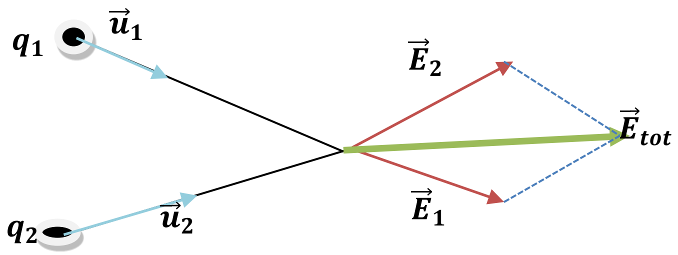
$\vec{E}$: est un champ vectoriel défini en (presque) tous les points de l'espace .

$$\boldsymbol{\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\,\vec{u_r}}$$

Champ électrostatique créé par deux charges :

Considérons maintenant n charges $\boldsymbol{q}_i$ situées aux points $\boldsymbol{P}_i$, quel serait alors le champ électrique produit par cet ensemble de charges au point M.

Comme pour les forces, le principe de superposition est aussi valable pour les champs électriques. Le champ total $\vec{E}(M)$ est la somme vectorielle de toutes les contributions dues à chacune des charges On a donc :



Composition des champs en un point

$$\overrightarrow{E}_{tot} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_i}{{r_i}^2} \overrightarrow{u_\iota}$$

$$\overrightarrow{E}_{tot} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \cdots\cdots + \vec{E}_n$$

Champ électriques créés par des distributions continues:.

Dans le cas de ces distributions continues, chaque portion de ligne, surface ou volume portant la charge dq créée un champ élémentaire $d\vec{E}$. Pour obtenir le champ électrique total en un point $\boldsymbol{M}$, il faut sommer (de façon continue) ces champs élémentaires sur l'ensemble de la ligne, de la surface ou du volume. Ainsi, on a recourt à des intégrales :

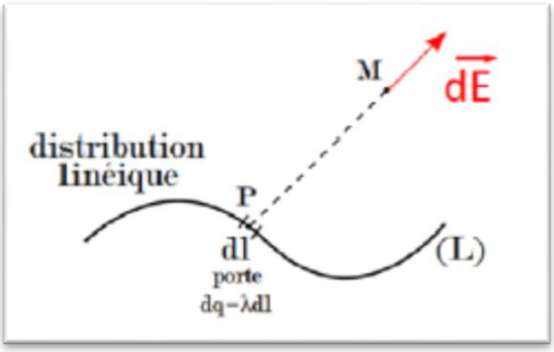
Cas d'une droite :

Pour une répartition linéique de charge caractérisée en chaque point d'une courbe Γpar la densité Linéique :

$$\lambda = dq/dl$$

$$\vec{E} = \int \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{u}}{PM^2} = \int \frac{\lambda\, dl}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{u}}{PM^2}$$

$P \in (L)$



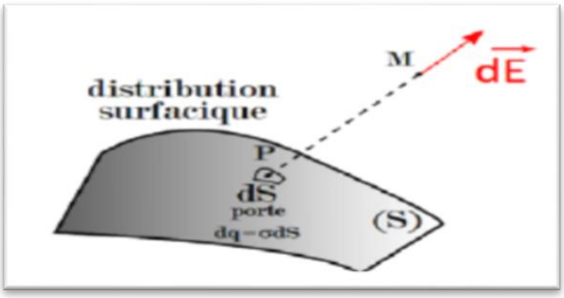
Cas de surface :

Pour une répartition surfacique de charges caractérisée par la donnée de la densité surfacique $\sigma = dq/dS$ en chaque point d'une surface

Σ, nous écrirons de façon analogue :

$$\vec{E} = \iint \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{u}}{PM^2} = \iint \frac{\sigma ds}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{u}}{PM^2}$$

$P \in (S)$



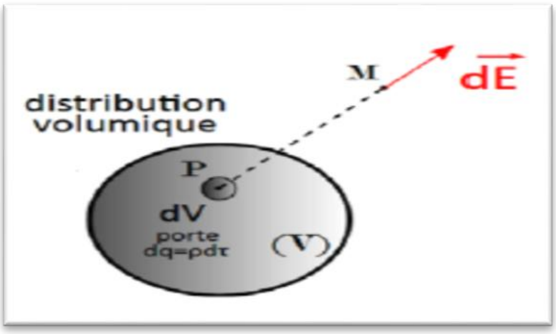
Cas de volume :

La répartition est caractérisée en chaque point P de volume par la donnée de la densité volumique de charge $\rho(P) = dq/dv$ où dq désigne la charge électrique contenu dans l'élément de volume dv entourant le point P.

Dans le cas où la répartition de charge est uniforme, dq est

$$\vec{E} = \iiint \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{u}}{PM^2} = \iiint \frac{\rho dv}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{u}}{PM^2}$$

$P \in (V)$



Avec $\vec{u} = \frac{\overrightarrow{PM}}{PM}$

Remarque:

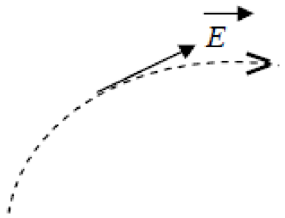
Ces relations sont très générales et ne sont pas utilisables directement. Il convient d'abord d'analyser les symétries de la distribution de charges pour simplifier les calculs.

Lignes de champ :

Une ligne de champ électrostatique est une courbe tangente en chaque point au vecteur champ électrostatique défini en ce point. L'ensemble des lignes de champ définit une cartographie du champ.

Propriétés :

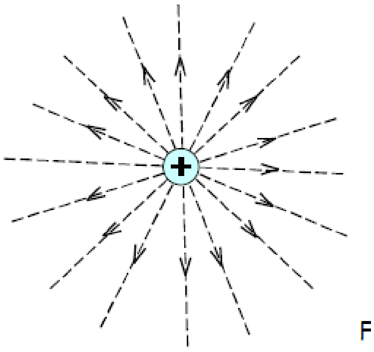
1. Deux lignes de champ ne se croisent jamais en un point M sauf si le champ E est nul en M.
2. Une ligne de champ électrostatique n'est pas fermée. Elle part d'une charge q et se termine sur une charge de signe opposé.
3. Pour savoir quelle est la direction du champ en un point M. d'une ligne de champ, il faut y placer une charge positive et regarder la direction et le sens de la force électrostatique qu'elle subit. Ces direction et sens sont les mêmes que celles du champ.

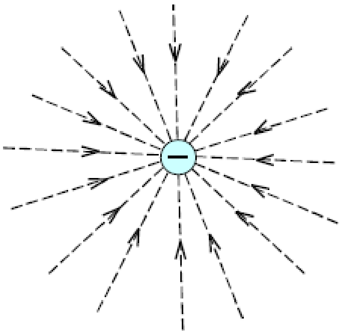


Dans le cas d'une charge ponctuelle, les lignes de champ sont des demi-droites qui se coupent au point où se trouve la charge. Si la charge est positive, le champ est dirigé vers l'extérieur, on dit qu'il est partant, il en va de même pour les lignes de champ. Le contraire est vrai pour la charge négative, les lignes de champ convergent vers la charge, le champ dans ce cas est dirigé vers la charge représentent les lignes de champ dues à une seule charge source $\boldsymbol{Q}$.

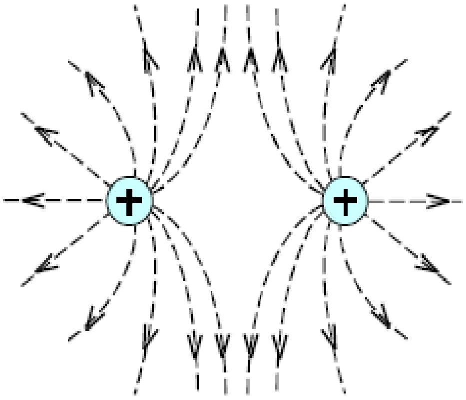
Si celle-ci est positive $(+)$ le champ est dirigé de la charge vers l'extérieur. Si la charge est négative $(-)$, le champ est dirigé de l'extérieur vers la charge.

•1- **Charges ponctuelles**:

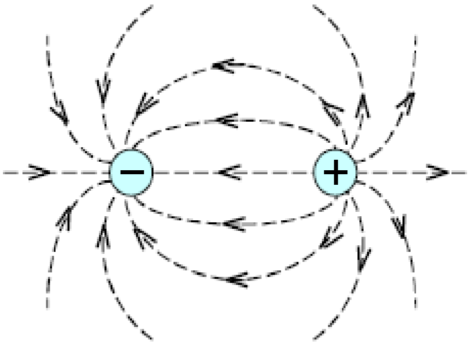




2-Ensemble de deux charges positives :



2 charges opposées et différentes:



Surface équipotentielle :.

On appelle surface équipotentielle, une surface S dont tous les points sont au même potentiel V.

a) **Les lignes de champ sont perpendiculaires aux surfaces équipotentielles** qu'elle rencontrent.

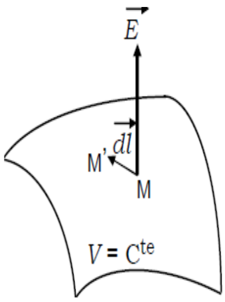
En considérant un très petit déplacement ' $\overrightarrow{MM'}=\overrightarrow{dl}$ sur une surface équipotentielle

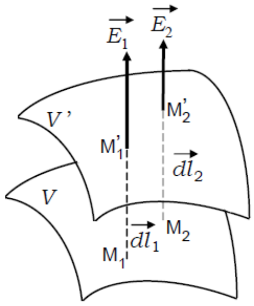
on trouve :

$$dV = -\vec{E}.\overrightarrow{dl} = -\vec{E}.\overrightarrow{MM'} = 0$$

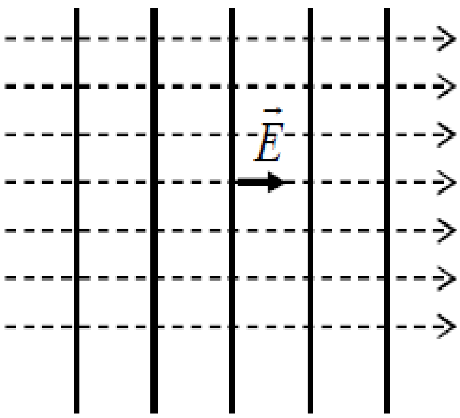
Par conséquent $\vec{E}$ est perpendiculaire à $\overrightarrow{MM'}$.

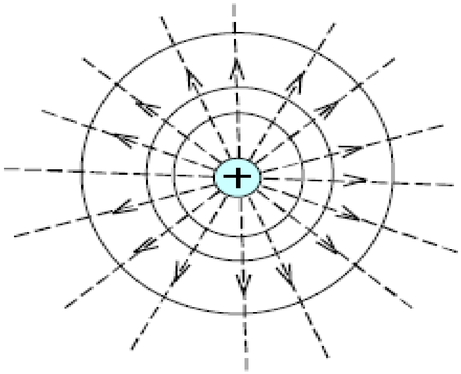
$$\vec{E} \perp \overrightarrow{MM'}$$

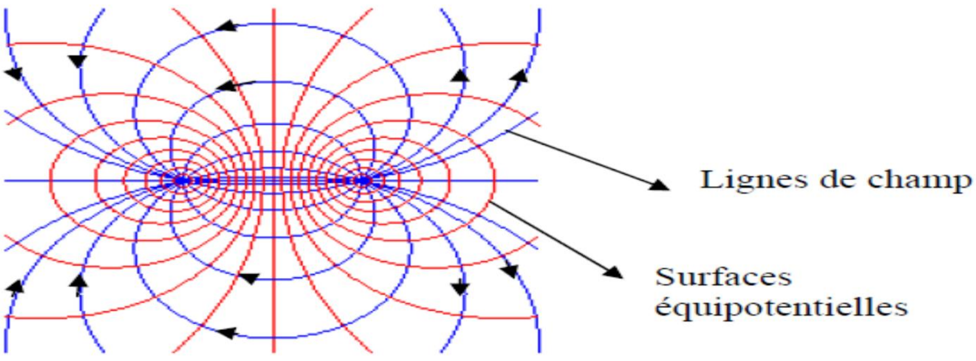




Dans le cas d'un champ uniforme les lignes de champ sont des droites parallèles elles surfaces équipotentielles sont des plans perpendiculaires à ces droites.







Potentiel électrostatique :

Soit une charge q placée à l'origine d'un repère de coordonnées. Calculons la circulation de $\vec{E}$ correspondant à un petit déplacement $\overrightarrow{dE}(M)$ à partir du point M

$$dC = \vec{E}.\overrightarrow{dM} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{u}.\overrightarrow{dM} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr = d\left(-\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} + K\right)$$

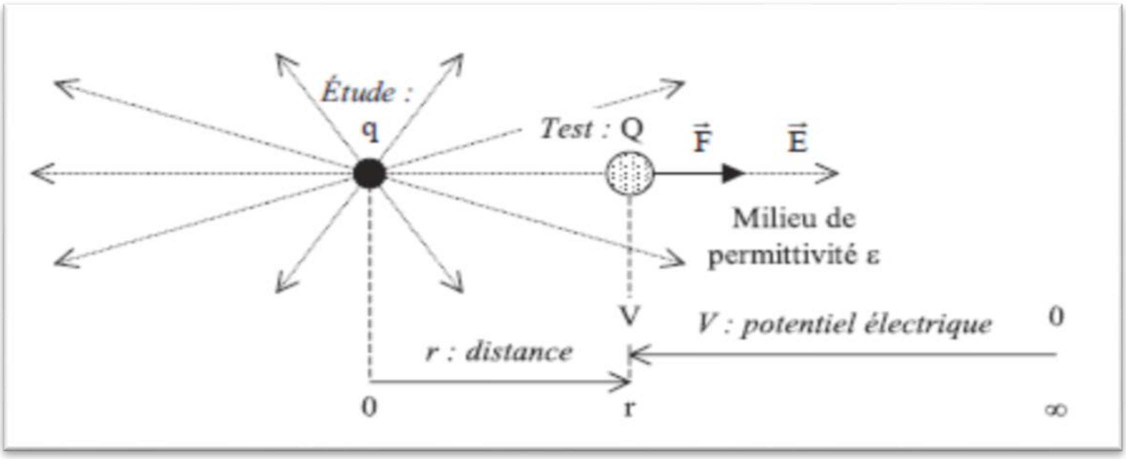
$$dC = -dV \ \ avec\ V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} + K$$

Pour une charge unique, la circulation d'un point fictif en présence du champ $\vec{E}$ est une différentielle totale :

$$dC = \vec{E}.\overrightarrow{dM} = -dV \quad \text{Avec } dV = \overrightarrow{grad}V\,.\overrightarrow{dM}$$

On en déduit que pour une charge ponctuelle :

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V \quad avec \ \ V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} + K$$



Potentiel électrostatique créé par deux charges :

$$V_{tot} = \sum_{i=1}^{n} V_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_i}{r_i} + K$$

Potentiel électrostatique créés par des distributions continues:

** *distribution linéique de charge* :

$$V = \int \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r} = \int \frac{\lambda dl}{4\pi\varepsilon_0 r} \qquad P \in (L) \quad .$$

** *distribution surfacique de charge* :

$$V = \iint \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r} = \iint \frac{\sigma ds}{4\pi\varepsilon_0 r} \qquad P \in (S) \quad .$$

** *distribution volumique de charge* :

$$V = \iiint \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r} = \iiint \frac{\rho dv}{4\pi\varepsilon_0 r} \qquad P \in (V) \quad .$$

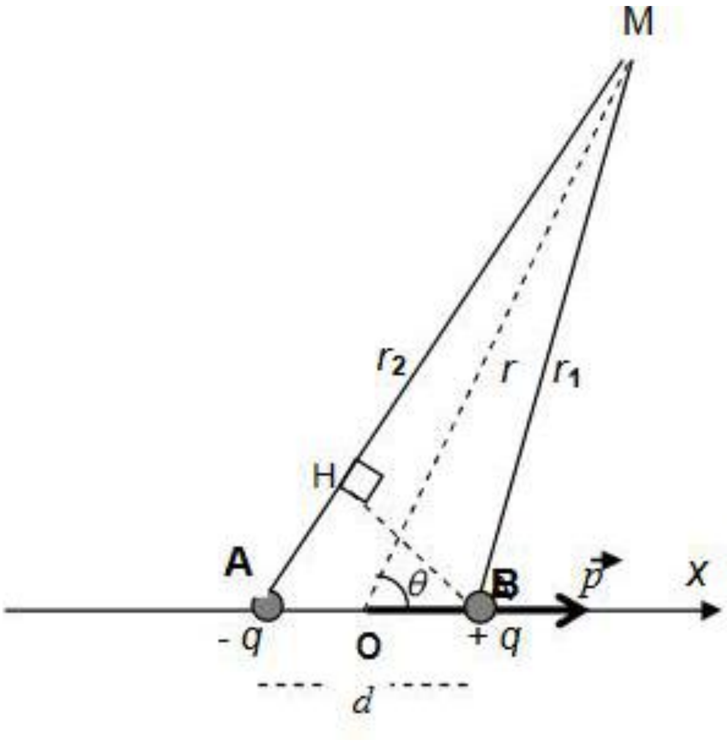
Dipôle électrique:

Définition:

Un dipôle électrique est ***l'ensemble de deux charges ponctuelles égales, de signes contraires et séparées par une très petite distance.*** Cette notion est principalement utilisée en électromagnétisme et par suite en chimie où certaines liaisons entre molécules peuvent être expliquées en modélisant ces molécules par un dipôle (liaison hydrogène par exemple). En physique, on s'intéresse au champ électrostatique $E(r)$ créé en un point r **éloigné** du dipôle (on parle alors de *dipôle* ***actif***). Mais on peut aussi étudier le comportement du dipôle lorsqu'il est placé dans un champ extérieur (on parle alors de *dipôle* ***passif***).

On appelle moment dipolaire d'un dipôle le vecteur libre $\vec{p}$, il est égal au produit de la valeur de la charge q par le vecteur déplacement a de la charge, dirigé de la charge positive vers la charge négative .

$$\vec{p} = q.\vec{a}$$



Dipôle électrique

Le dipôle électrique est constitué de deux charges égales et de signes contraires, $+\boldsymbol{q}\ \boldsymbol{et}\ -\ \boldsymbol{q}$, séparées d'une distance $\boldsymbol{d}$. Celle-ci est très petite par rapport aux distances d'observation $\boldsymbol{r}$.

$$\boldsymbol{d} \ll \boldsymbol{r}$$

Potentiel électrique créé par un dipôle électrique:

On se propose de calculer le potentiel électrique produit par les deux charges $+\boldsymbol{q}\ \boldsymbol{et}\ -\boldsymbol{q}$, au point $\boldsymbol{P}$ situé à la distance $\boldsymbol{r_1}$ de la charge $+\boldsymbol{q}$ et à la distance $\boldsymbol{r_2}$ de la charge $-\boldsymbol{q}$. La distance a est très petite devant les distances $\boldsymbol{r_1}$ et $\boldsymbol{r_2}$. Le point $\boldsymbol{P}$ est repéré par ses coordonnées polaires

$$\vec{r} = \overrightarrow{OP}\ ;\ \theta\left(\overrightarrow{ox}\ ,\overrightarrow{OP}\ \right); AH = r_2 - r_1$$

On suppose $\boldsymbol{r} >> a\ =\ AB$, O étant le milieu de $\boldsymbol{AB}$.

Le potentiel $\boldsymbol{V}$ créé en $\boldsymbol{P}$ par le dipôle est :

$$V = \sum V_i \Rightarrow V = K\left(\frac{q}{r_1} - \frac{q}{r_2}\right) \Rightarrow V = Kq\frac{r_2 - r_1}{r_2 . r_1}$$

Puisque $r >> a$, on peut considérer $r_2 . r_1 \approx r^2$ et $r_2 - r_1 = a.\cos\theta$, donc :

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} . \frac{q.a \cos\theta}{r^2} \Rightarrow V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} . \frac{p \cos\theta}{r^2}$$

Champ électrique créé par un dipôle électrique:

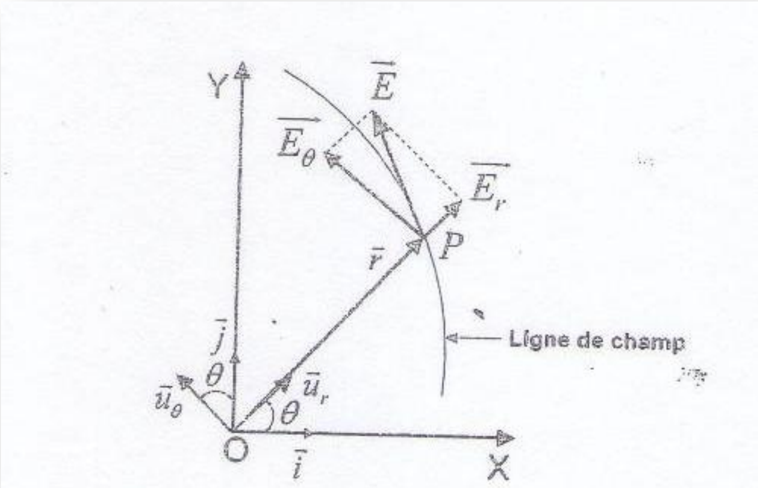
Comme V ne dépend que de r et de θ, seules les composantes E_r et E_θ de E seront non nulles

On **a**: $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\, V$

En coordonnées polaires . on calcule les composantes du champ électrique en coordonnées polaires.

Nous savons que :

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V \Leftrightarrow \begin{cases} E_r = -\dfrac{\partial V}{\partial r} \\ E_\theta = -\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial V}{\partial \theta} \end{cases} \text{soit : } \begin{cases} E_r = \dfrac{2P\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3} & \textit{composante radiale} \\ E_\theta = \dfrac{P\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3} & \textit{composante orthoradiale} \end{cases}$$



Coordonnées polaires du champ

En conclusion: le champ créé par un dipôle est proportionnel à $\frac{1}{r^3}$ et le potentiel à $\frac{1}{r^2}$ alors que pour une charge ponctuelle, $\vec{E}$ créé est proportionnel à $\frac{1}{r^2}$ et le potentiel V à $\frac{1}{r}$.

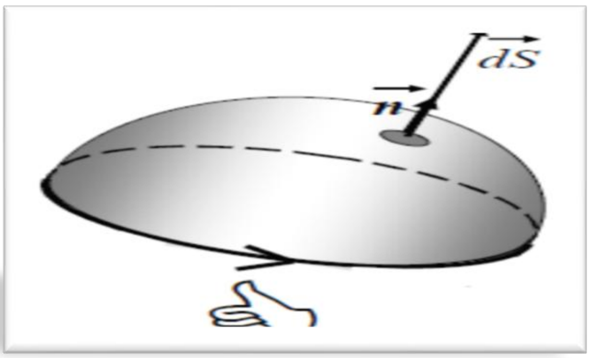
** Pour P éloigné, $\vec{E}$ et V créés par le dipôle seront négligeables par rapport à $\vec{E}$ et V créés par des charges situées à proximité du dipôle.

Flux du champ électrique :

On appelle flux du champ électrique à travers une surface S la grandeur .

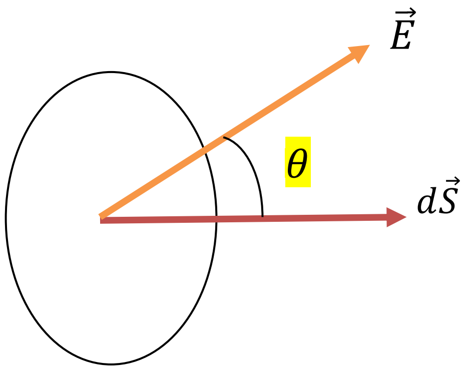
$$\Phi = \int_S \vec{E} \cdot \overrightarrow{dS}$$

$\overrightarrow{dS}$: Vecteur élément de surface S, il est toujours normal à la surface et dirigé vers l'extérieur du volume limité par la surface.



Si θ est l'angle compris entre $\vec{E}$et $d\vec{S}$, on aura :

$$\boldsymbol{\varphi = \int \vec{E}.\overrightarrow{dS}.\cos\theta}$$



Flux à travers une surface élémentaire

L'unité du flux électrique est le Weber (Wb).

Théorème de Gauss :

Le théorème de Gauss exprime la relation entre le flux électrique à travers une surface fermée $(\boldsymbol{S})$ et le nombre de charges présentes à l'intérieur du volume entouré par cette surface.

On démontre dans ce cas que :

$$\boxed{\Phi(\vec{E}/S) = \oiint_{S\ fermée} \vec{E}\,\overrightarrow{dS} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_{intérieures}}$$

$\boldsymbol{q_i}$: le nombre de charges présentes à l'intérieur du volume entouré par $\boldsymbol{S}$ (quel que soient leurs signes).

$\boldsymbol{S}$: est appelée *surface de Gauss*.

Enoncé du théorème :

le flux d'un champ électrique à travers une surface fermée est égal à la somme algébrique des charges se trouvant à l'intérieur du volume limité par cette surface, divisé par la permittivité du vide $\boldsymbol{\varepsilon_0}$.

Le théorème de Gauss est un outil puissant pour le calcul des champs électrostatiques $\vec{E}$.

Dans les *situations de symétrie*, le théorème de gauss permet ainsi le calcul plus simple de $\vec{E}$

$$\oiint \vec{E}\,.\,d\vec{S} = \sum_{i=1}^{n}\frac{Q_i}{\varepsilon_0}$$

Conducteurs, condensateurs

Définition d'un conducteur :

Un conducteur est un matériau dans lequel les charges se déplacent lorsqu'une force électrostatique leur est appliquée. Dans les métaux, seuls *les ´électrons sont mobiles*. Le réseau de charges positives ne possède qu'une faible mobilité et peut être considéré comme fixe. Dans les liquides et les gaz, les ions se déplacent aussi **.**

Conducteur en équilibre :

Rappelons d'abord, qu'un conducteur est un corps à l'intérieur duquel des charges peuvent se déplacer sous l'action d'un champ électrique même très faible.

Définition :

Un conducteur est dit en équilibre électrostatique si les charges qu'il renferme sont en état de repos.

Définition d'un conducteur en équilibre :

Un conducteur est dit en équilibre, si toutes ses charges libres sont immobiles

Propriétés d'un conducteur en équilibre :

1) Le champ électrostatique à l'intérieur du conducteur est nul $\vec{E} = \vec{0}$ parce que les charges ne bougent pas et $\overrightarrow{F_{ext}} = \vec{0}$.

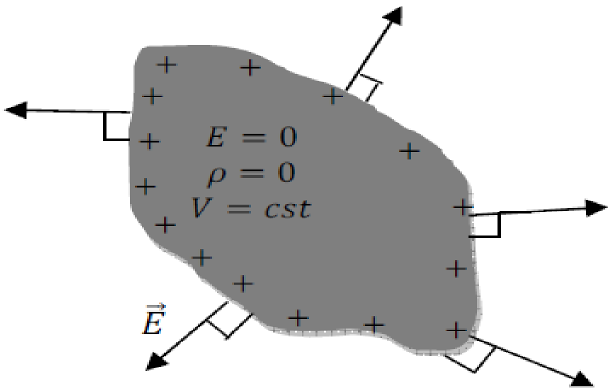
2) Le potentiel à l'intérieur du conducteur est constant, c'est un volume équipotentiel parce que le champ est nul et le potentiel se déduit de la relation ;

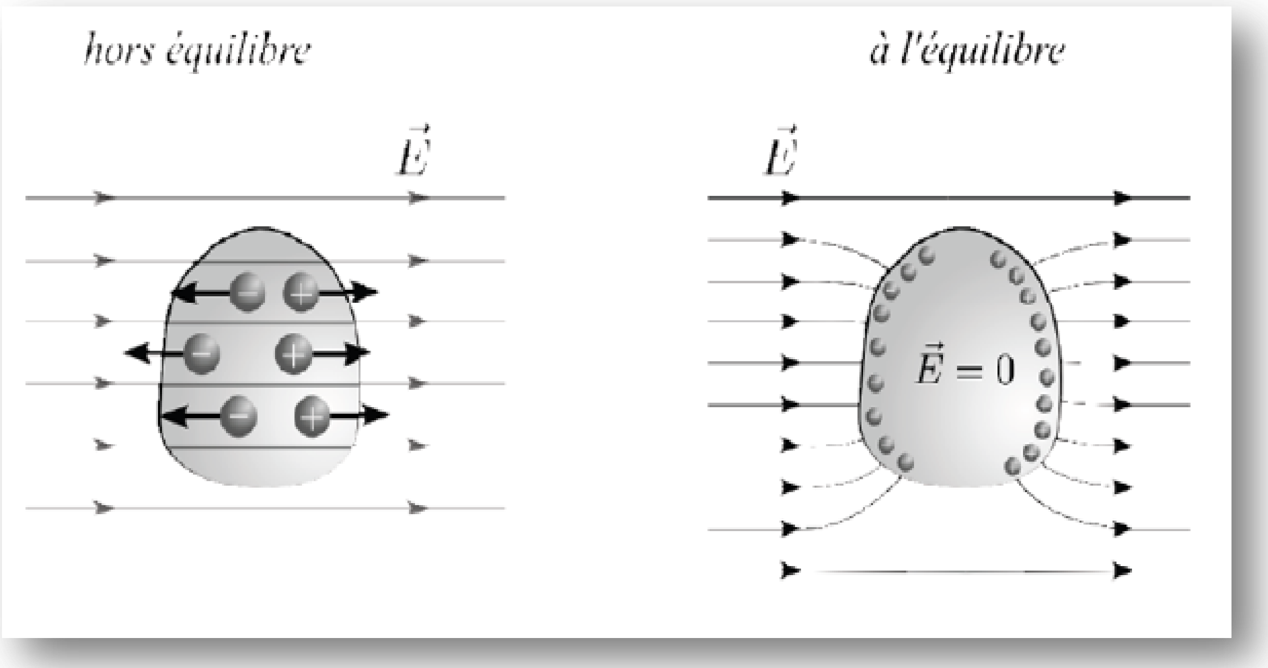
$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\, V = 0 \quad \Rightarrow \quad V = Cte$$

3) La distribution des charges électriques ne peut être que surfacique

Considérons un conducteur chargé en équilibre. Appliquons le théorème de Gauss en un point M du conducteur : $div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$ puisque $\vec{E} = \vec{0}$ $\Rightarrow$ $\rho = 0$

Donc la charge du conducteur ne peut être que surfacique, avec une densité $\boldsymbol{\sigma}$**.**





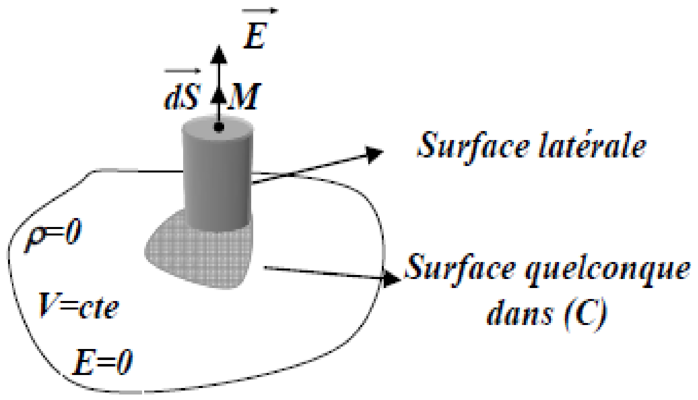
conducteur non chargé dans un champ uniforme.

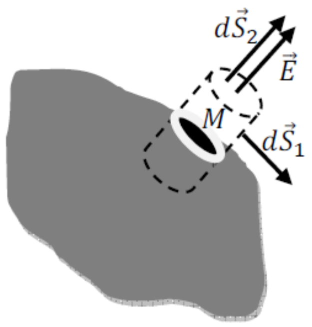
<u>Champ au voisinage d'un conducteur- Théorème de Coulomb :</u>

Soit un point M placé au voisinage d'un conducteur (C) en équilibre. Et soit Σ une surface fermée composée de :

$$\Sigma = \boldsymbol{dS} + \boldsymbol{surface\ latérale} + \boldsymbol{surface\ quelconque\ dans}\ (C).$$

$$\Phi(\overrightarrow{E}/\Sigma) = \Phi(\overrightarrow{E}/dS) + 0 + 0 = \oiint_{\Sigma} \overrightarrow{E}\,\overrightarrow{dS}$$





Théorème de Gauss

$$\oiint_{\Sigma} E dS = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_i Q_i = \frac{1}{\varepsilon_0}\iint_{\Sigma} \sigma\, dS$$

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

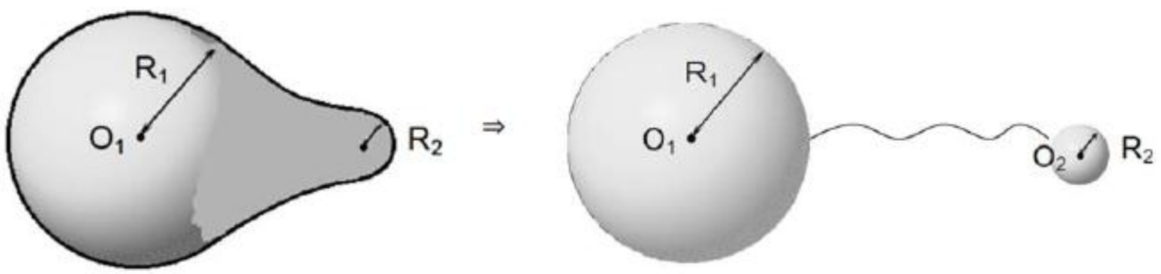
Au voisinage de la surface d'un conducteur à l'équilibre électrostatique prés d'un point où la densité de charge est $\boldsymbol{\sigma}$*, le champ est normal à la surface du conducteur et il est égal à* $\boldsymbol{\sigma / \varepsilon_0}$.

Pouvoir des pointes:

Cette expression décrit le fait expérimental que, à proximité d'une pointe, le champ électrostatique est toujours très intense. En vertu du théorème de Coulomb, cela signifie que la densité surfacique de charges est, au voisinage d'une pointe, très élevée.

Nous allons montrer qu'à proximité d'une pointe, le champ électrique est très intense.

Considérons deux sphères conductrices de rayons respectifs $\boldsymbol{R_1}$**et** $\boldsymbol{R_2}$ portées au même potentiel (reliées par un fil conducteur). Les deux sphères ont une densité de charge uniforme $\boldsymbol{\sigma_1}$ **et** $\boldsymbol{\sigma_2}$**.**



$$V(O_1) = V_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iint \frac{\sigma_1\, ds}{R_1} \qquad V(O_2) = V_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iint \frac{\sigma_2\, ds}{R_2}$$

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{\sigma_1 4\pi {R_1}^2}{R_1} = \frac{\sigma_1 R_1}{\varepsilon_0} \qquad V_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{\sigma_2 4\pi {R_2}^2}{R_2} = \frac{\sigma_2 R_2}{\varepsilon_0}$$

Puisque les potentiels sont égaux : $\boldsymbol{V_1 = V_2}$

$$\frac{\sigma_1 R_1}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma_2 R_2}{\varepsilon_0} \Rightarrow \sigma_1 R_1 = \sigma_2 R_2 \Rightarrow \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{R_1}{R_2}$$

Si $\boldsymbol{R1 \gg R2}$, alors $\boldsymbol{\sigma 2 \gg \sigma 1}$

À potentiel égal, la densité de charges d'un conducteur chargé est plus importante sur la surface ayant une courbure forte (petit rayon) que sur la surface ayant une courbure faible (grand rayon).

Capacité d'un conducteur:

Considérons un conducteur isolé en équilibre électrostatique, placé en un point $\boldsymbol{O}$ de l'espace et portant une charge $\boldsymbol{Q}$, répartie sur sa surface externe avec une densité surfacique $\boldsymbol{\sigma}$ telle que :

$$\boldsymbol{Q = \iint \sigma\, ds}$$

Si la charge $\boldsymbol{Q}$ augmente, la densité surfacique $\boldsymbol{\sigma}$ augmente proportionnellement :

Cela, en raison de la linéarité des équations qui régissent le problème de l'équilibre des conducteurs.

Le potentiel créé par $\boldsymbol{Q}$, en un point $\boldsymbol{M}$ de l'espace tel que $\boldsymbol{OM = r}$, s'écrit :

$$V = K \iint \frac{\boldsymbol{\sigma\, ds}}{\boldsymbol{r}} \quad soit \ \ V = KQ \iint \frac{\boldsymbol{\alpha ds}}{\boldsymbol{r}}$$

Ce résultat reste valable pour tout point de la surface du conducteur. L'intégrale dépend uniquement de la géométrie et des dimensions du conducteur.

On en déduit que le rapport, entre la charge et le potentiel auquel est porté le conducteur,

$$\boldsymbol{C = \frac{Q}{V}}$$

ne dépend que de la géométrie du conducteur, on l'appelle capacité propre du conducteur. Celle-ci est donnée par l'expression :

$$Q = C.V$$

La capacité C est une grandeur positive, d'ont l'unité est appelée le Farad (F). Le farad est ainsi défini comme la capacité d'un conducteur isolé dont le potentiel est de $\mathbf{1}\ \boldsymbol{volt}$ lorsqu'il reçoit une charge de $\mathbf{1}\ \boldsymbol{coulomb}$.

Le farad est une unité très grande, on utilise plutôt des sous multiples :

Le microfarad : $\mathbf{1}\boldsymbol{\mu F} = \mathbf{10^{-6}}\ \boldsymbol{F}$, le nanofarad : $\mathbf{1}\boldsymbol{nF} = \mathbf{10^{-9}}\ \boldsymbol{F}$, le picofarad : $\mathbf{1}\ \boldsymbol{pF} = \mathbf{10^{-12}}\ \boldsymbol{F}$..

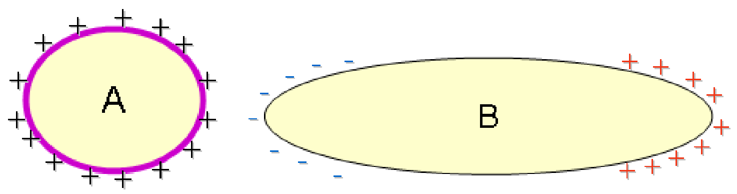
Phénomène d'influenceé lectrostatique:

a- *Influence subie par un conducteur isole :*

Soient

A : conducteur charge , sa charge est $Q_A > 0$.

B : conducteur neutre , sa charge est $\boldsymbol{Q_B = 0};\ \boldsymbol{V_B = 0\ et\ E_B = 0}$.



B est influence par A .

Apparition des charges $(-)$ sur la partie de ***B*** proche de ***A*** .

Apparition des charges $(+)$ sur la partie de ***B*** eloignee de ***A*** .

La charge est conservée, mais la répartition en surface est modifiée .

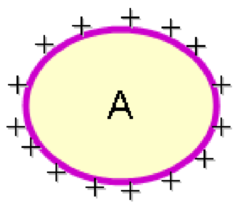
b-Influence sur un conducteur maintenu a un potentiel constant

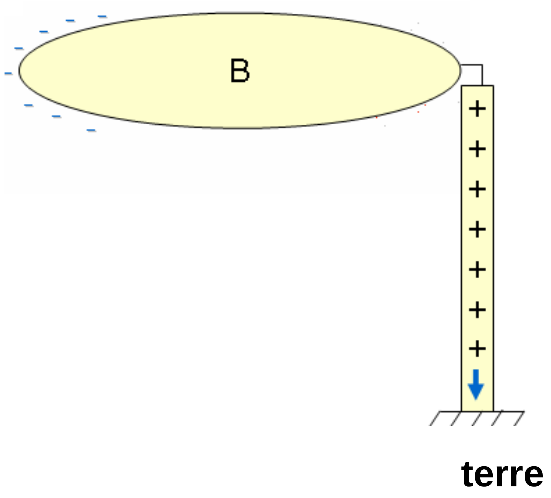
Soient :

A : conducteur charge , sa charge est $\boldsymbol{Q_A} > 0$

B: conducteur neutre , sa charge est $\boldsymbol{Q_B = 0};\ \boldsymbol{V_B = 0}$

et : Si on approche ***A*** de ***B*** et on relie ***B*** au sol .





Apparition des charges $(-)$ sur la partie de ***B*** proche de ***A***

Les charges $(+)$ de ***B*** vont dans le sol .

$V_B = V(terre) = 0 \quad mais \quad Q_B \neq 0$

Phenomene d'influence ne modifie pas le potentiel du conducteur, mais modifie sa charge totale et la répartition de cette charge.

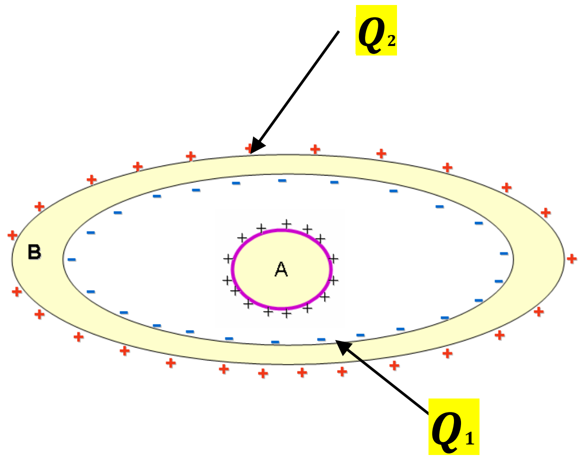
L'influence totale.

Il y a influence totale quand le conducteur influence ***B*** entoure le conducteur influencant ***A***

1 - ***Cas ou B est neutre :*** $Q_B = 0$

On met *A* dans *B*

Pour ***A*** **:** $Q_A > 0$



Pour ***B*** **:** $Q_B = Q_1 + Q_2$

Avec : $Q_1 = -Q_A$

$Q_2 = +Q_A$

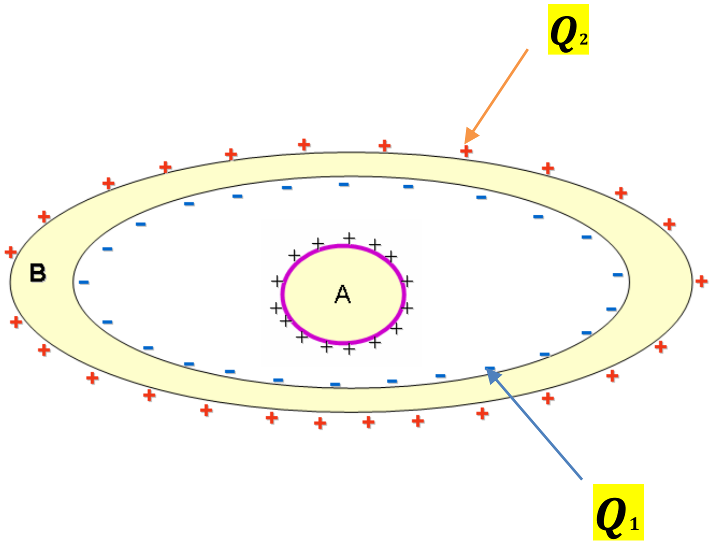
$$Q_B = (+Q_1) + (Q_A) = 0$$

2- *Cas ou* ***B*** *est creux et :* $Q_B \neq 0$

: On met *A* dans *B*

Pour ***A*** **:** $Q_A > 0$

Pour ***B*** **:** $Q_B = Q_1 + Q_2$

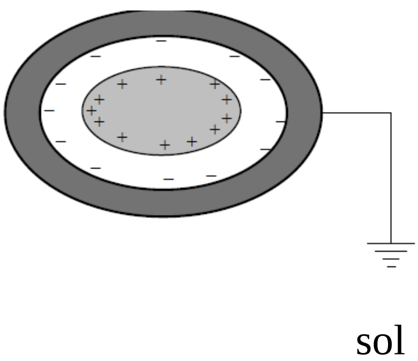


Avec **:** $Q_1 = -Q_A$

$Q_2 = Q_B - Q_1$

$$Q_B + Q_A = Q_2$$

3. *Cas* ***B*** *relié au* ***sol***



Aucune charge sur sa face externe

Si on relie ***B*** au sol $Q_2 = 0$

$$V_B = V_{sol} = 0$$

Les condensateurs:

On appelle un condensateur un ensemble de deux conducteurs A et B en influence totale, dont l'un est creux et entoure complètement l'autre ; ces deux conducteurs sont appelés armatures du conducteur ; l'espace séparant les deux armatures peut être vide ou rempli d'un diélectrique. Nous considérerons essentiellement, dans ce paragraphe, les condensateurs à vide.

Définition :

On appelle condensateur tout système de deux conducteurs en influence électrostatique.

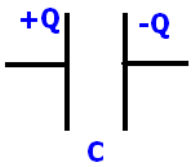
Il y a deux sortes de condensateurs :

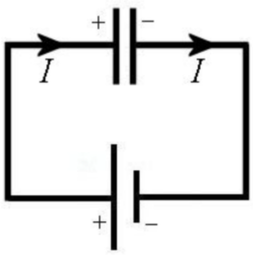
- ✓ *à armatures rapprochées.*
- ✓ *à influence totale.*

On appelle charge du condensateur, la charge Q de son armature interne. Soient V_1 et V_2 les potentiels respectifs des armatures interne et externe .

$$C = \frac{Q}{V}$$

Les condensateurs sont symbolisés par ::



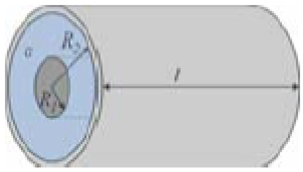
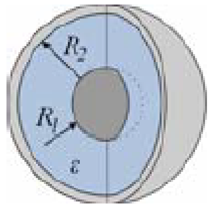


Les types de condensateurs:

Les condensateurs peuvent être placés dans plusieurs catégories, suivant la forme de leurs armatures.

- Dans ***les condensateurs plans***, ces armatures sont deux plaques plates de métal séparées par un isolant.
- Dans ***un condensateur cylindrique***, les deux armatures ont une forme cylindrique.
- Enfin, dans ***un condensateur sphérique***, les armatures sont des sphères de métal.

- Suivant le type de condensateur utilisé, la capacité peut se calculer plus ou moins facilement. Le tableau ci-dessous récapitule les formules de capacité pour chaque type de condensateur. Dans ces formules, le terme $\varepsilon_0$est un paramètre appelé la permittivité.

		
$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \dfrac{A}{d}$	$C = 2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r \dfrac{l}{\ln(\frac{R_2}{R_1})}$	$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r (\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2})^{-1}$

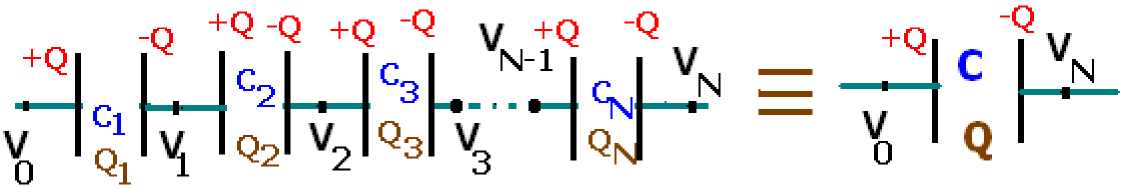
Groupement de condensateurs :

Les condensateurs peuvent être groupés soit en série, soit en parallèle.

1. Groupement en série :

Reportons-nous à la figure où les notations sont précises ; ***A*** cause du phénomène l'influence totale tous les condensateurs emmagasinent la même charge ***Q*** . La tension entre les extrémités de tout l'ensemble est égale à la somme des tensions :

la différence de potentiel entre ***Oet N*** est :



$$V = V_0 - V_N = (V_0 - V_1) + (V_1 - V_2) + (V_2 - V_3) + \cdots + (V_{N-1} - V_N)$$

$$\Rightarrow V = \left(\frac{Q_1}{C_1}\right) + \left(\frac{Q_2}{C_2}\right) + \left(\frac{Q_3}{C_3}\right) + \cdots + \left(\frac{Q_N}{C_N}\right) = \frac{Q}{C}$$

Comme les charges sont toutes égales (influence électrostatique), on aura :

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \cdots\cdots + \frac{1}{C_N}$$

Donc la capacité équivalente $\boldsymbol{C}$ est :

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}$$

2. *Groupement en parallèle :*

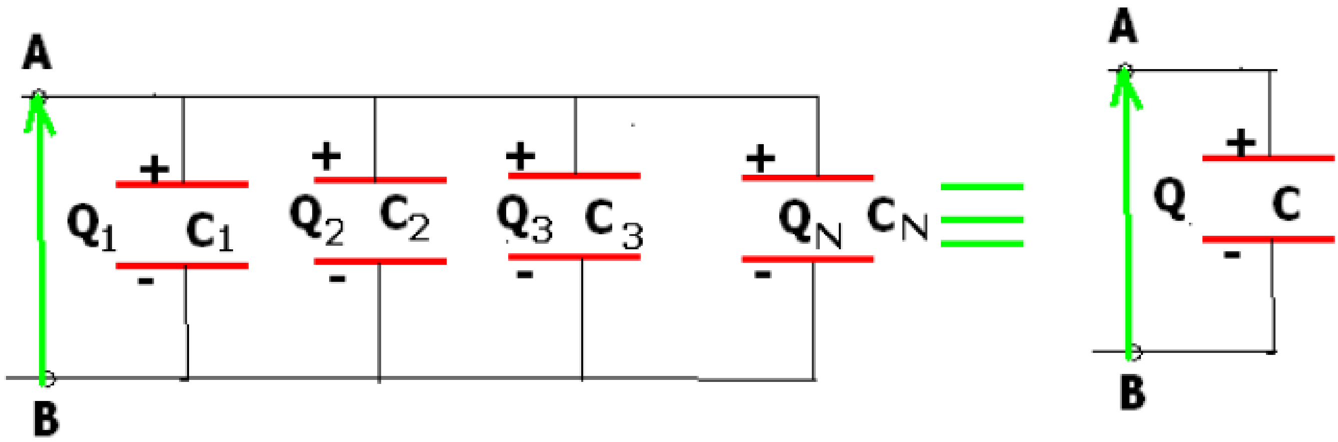
Reportons-nous cette fois à la figure Tous les condensateurs sont soumis à la même tension.

La charge totale est égale à la somme des charges, et comme la charge Q_i de chaque condensateur est proportionnelle à sa capacité $\boldsymbol{C_i}$ nous pouvons écrire :

La charge totale entre les points ***A*** et ***B*** $\boldsymbol{V_1} > V_2$ st égale à la somme de toutes

Les charges :

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \cdots\cdots\cdots + Q_N$$



$$\Rightarrow (V_A - V_B)C = (V_A - V_B)\,C_1 + (V_A - V_B)C_2 + (V_A - V_B)C_3 + \cdots + (V_A - V_B)C_N$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \cdots\cdots + C_n$$

Résultat: *la capacité équivalente est égale à la somme des capacités des condensateurs montés en parallèle*:

$$C_{eq} = \sum_{i=1}^{n} C_i$$

Condensateur en série	Condensateur en parallèle
• *même charge:* $$Q_1 = Q_2$$	• *Charges différentes:* $$Q = Q_1 + Q_2$$
• *tension différente:* $$V = V_1 + V_2 + V_3 + \cdots\cdots + V_n$$ • *Capacité équivalentes :* $$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \cdots\cdots + \frac{1}{C_n}$$	• *même tension :* $$V = V_1 = V_2 = V_3 = \cdots\cdots = V_n$$ • *Capacité équivalentes :* $$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \cdots\cdots + C_n$$