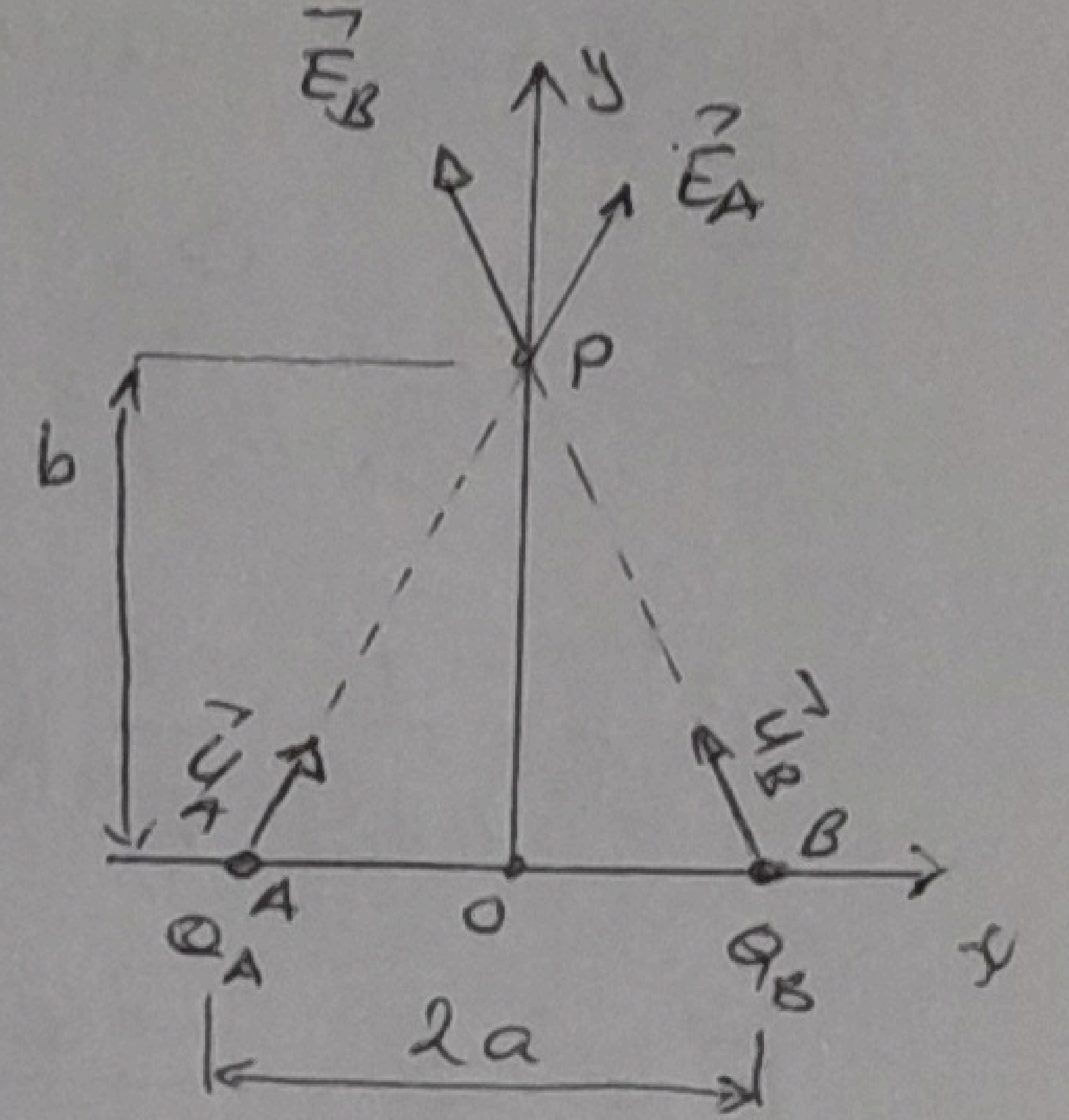
Corrigé TD 02 phys02 21/22

Exercice 01:

- Deux charges: $Q_A\begin{pmatrix}-a\\0\\0\end{pmatrix} = Q_B\begin{pmatrix}a\\0\\0\end{pmatrix} = 10\mu C$

$AB = 10\,cm = 2a$

$OP = b = 10\,cm$



1°/- Le champ crée par un charge "Q" ponctuelle à un point de l'espace à une distance (position) "r" de cette charge et donné par

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q}{r^2}\vec{u} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q}{r^3}\vec{r}$$

- Le champ crée au point P( )

- Le champ crée par la charge Q_A au point $P(0,12,0)$ est

$$\vec{E}_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q_A}{r_A^2}\vec{u}_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q_A}{|\vec{AP}|^3}\vec{AP}$$

- Le champ crée par la charge Q_B seule au point $P(0,12,0)$ est,

$$\vec{E}_B = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q_B}{r_B^2}\vec{u}_B = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q_B}{|\vec{BP}|^3}\vec{BP}$$

on a, $Q_A = Q_B = Q = 10\mu C = 10^{-5}C$

$\vec{r}_A = \vec{AP} = \vec{AO} + \vec{OP} = a\vec{i} + b\vec{j} = (5\vec{i} + 12\vec{j})\,cm$

$\vec{r}_B = \vec{BP} = \vec{BO} + \vec{OP} = -a\vec{i} + b\vec{j} = (-5\vec{i} + 12\vec{j})\,cm$

$r = |\vec{r}_A| = |\vec{AP}| = |\vec{r}_B| = |\vec{BP}| = \sqrt{a^2+b^2} = 13\,cm.$

$\Rightarrow$ Le champ crée par les deux charges Q_A et Q_B au point $P(0, 12, 0)$ est égal à la somme des deux champs (loi de superposition).

②

[redacted]

Corrigé TD 02 phys02 21/22

Loi de superposition : $\vec{E}(P) = \vec{E}_A + \vec{E}_B$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q_A}{|\vec{AP}|^3}\vec{AP} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_B}{|\vec{BP}|^3}\vec{BP} \quad , \quad Q_A = Q_B = Q, \quad |\vec{AP}| = |\vec{BP}| = r$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^3}\left[\left(\vec{AP} + \vec{BP}\right)\right] = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^3}\left[(a\vec{i} + b\vec{j}) + (-a\vec{i} + b\vec{j})\right]$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{2Qb}{r^3}\vec{j} \qquad \underline{AN} : \vec{E} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-5} \cdot 12\, 10^{-2}}{(13\, 10^{-2})^3}\vec{j}$$

$$= \boxed{\vec{E} = 9{,}83\ 10^5\ C/m}$$

* **Le potentiel électrique au point P :**

- L'expression du potentiel d'une charge ponctuelle "Q" à une distance "r" de celle-ci est

$$\boxed{V(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r}}$$

- La charge Q_A crée en P le potentiel : $V_A(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q_A}{|\vec{AP}|}$
- La charge Q_B crée en P le potentiel : $V_B(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_B}{|\vec{BP}|}$
- Les deux charges Q_A et Q_B ensemble crée le potentiel : $V(P) = V_A(P) + V_B(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q_A}{|\vec{AP}|} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q_B}{|\vec{BP}|}$

$Q_A = Q_B = Q = 10^{-5}\, C$

$|\vec{AP}| = |\vec{BP}| = 13\ cm \quad \Rightarrow V(P) = \frac{2Q}{4\pi\varepsilon_0 |\vec{AP}|}$

$\underline{AN}$: $V(P) = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-5}}{13\, 10^{-2}} = 1{,}38\ 10^6$ Volt

$$\boxed{V(P) = 1{,}38\ \text{Mvolt}}$$

③

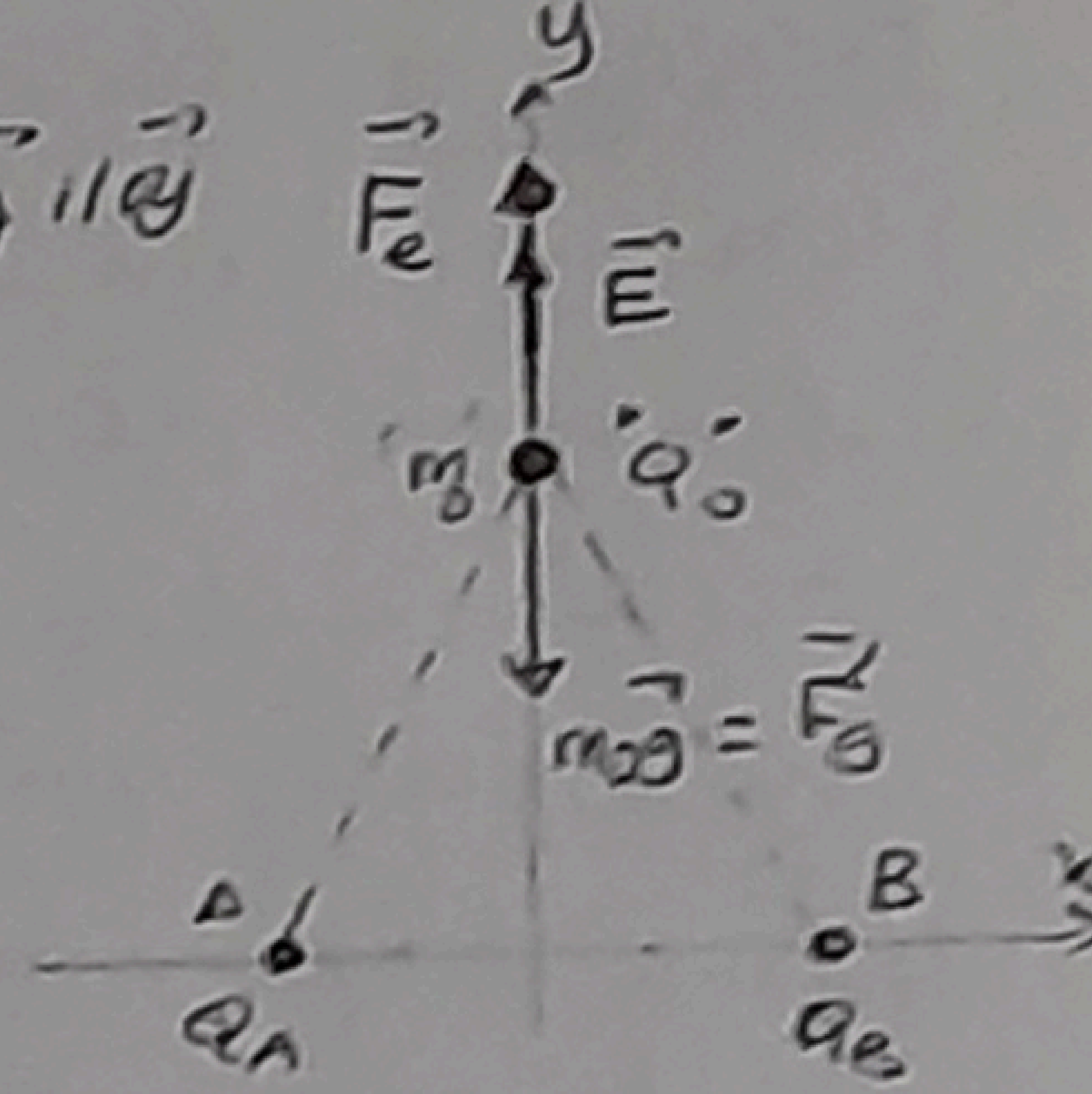
Corrigé TD 02 phys 02 21/22

- La particule de charge "Q_0" de masse "m_0"

elle subit la force gravitationnelle $\vec{F_g} = m_0 \vec{g} \parallel \vec{Oy}$

et la force électrique $\vec{F_e} = Q_0 \vec{E} \parallel \vec{Oy}$

La force resultante est : $\vec{F} = \vec{F_e} + \vec{F_g}$

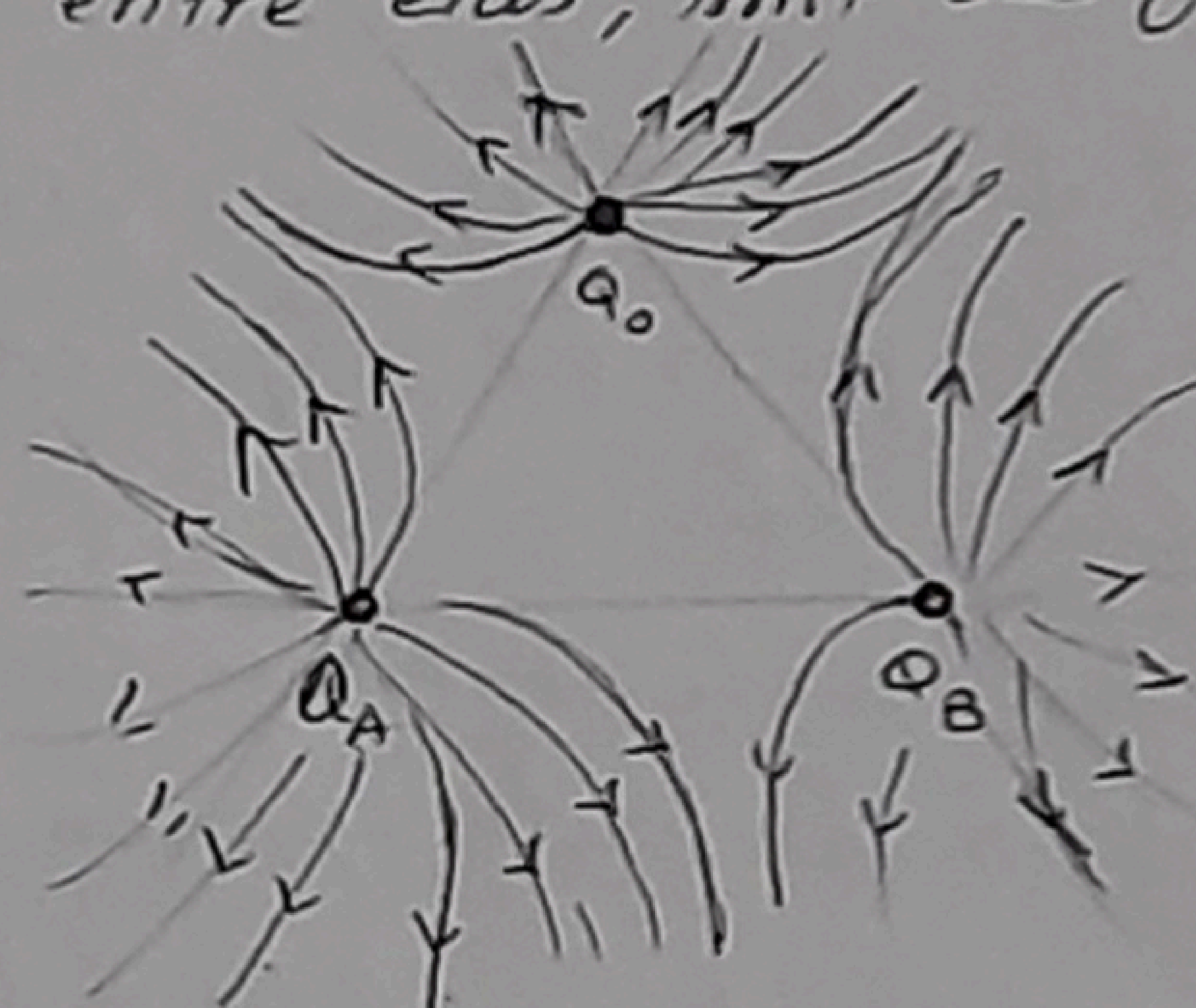


=> Pour que cette particule chargée soit en équilibre, il faut que les deux forces soient égales et opposées (résultante nulle)

$$\Rightarrow F_e = F_g , \quad Q_0 E = m_0 g \Rightarrow \boxed{\frac{Q_0}{m_0} = g/E}$$

<u>A.N.</u> $Q_0/m_0 = \dfrac{9.81}{9{,}83\ 10^5} \simeq 10^{-5}$ c/kg $\boxed{Q_0/m = 10^{-5}\ \text{c/kg}}$

3°/ Les trois charges "Q_0, Q_A, Q_B" sont toutes positives, les forces électriques entre elles, sont des forces de répulsion



$Q_0 > 0$ => les lignes de champ sont sortantent

$Q_A > 0$ => Lignes de champ sortantent

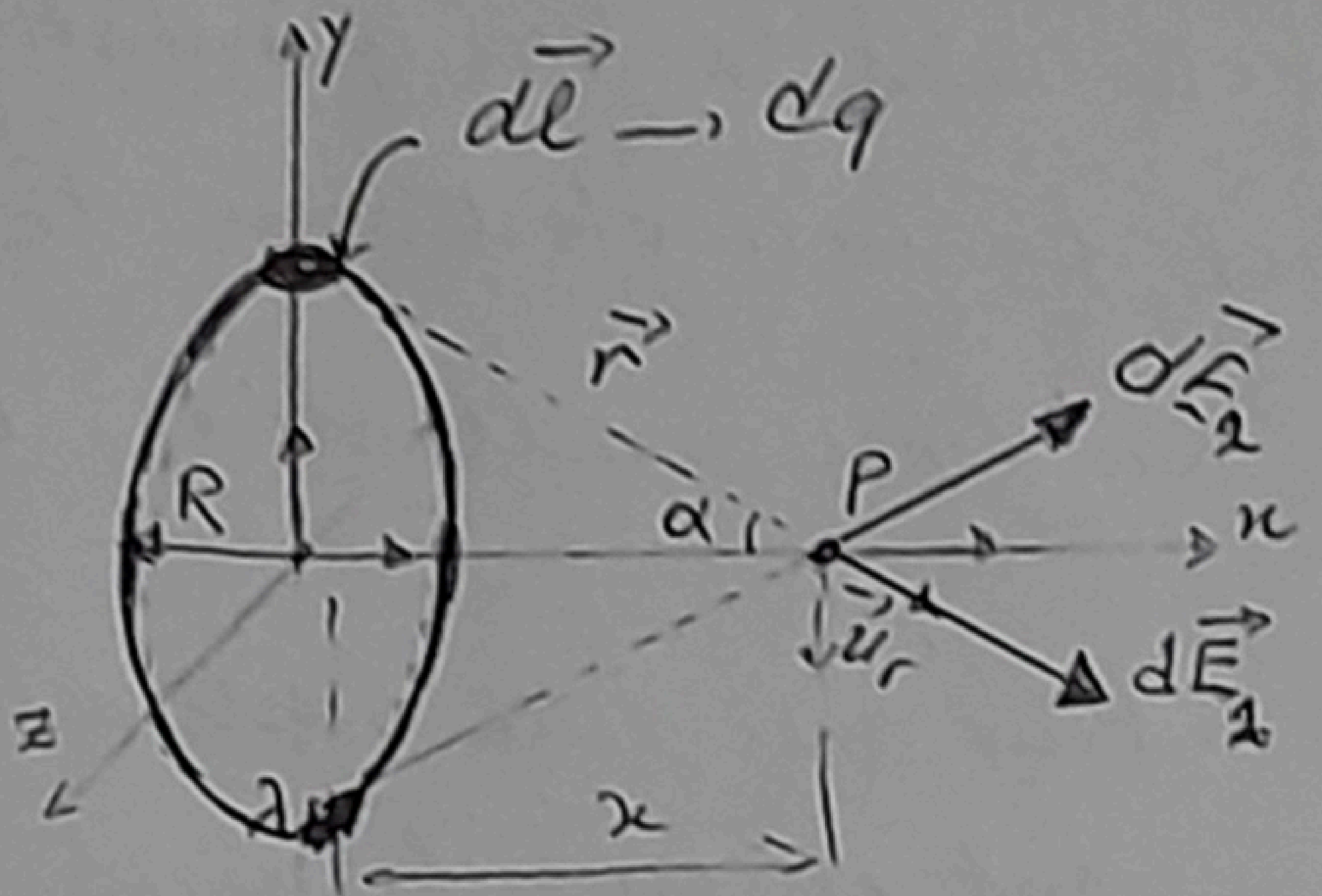
$Q_B > 0$ => lignes de champ sortantante

[redacted]

Corrigé TD 02 - Phys02 21 / 22

Exercice 02 : Anneau chargé uniformément

- On prend un élément de longueur dl, cet élément porte la charge élémentaire $dq = \lambda dl$, qui produit un champ élémentaire $d\vec{E}$ au point $P(0, x, 0)$



D'après la loi de Coulomb. $d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{|\vec{r}|^2}\vec{u}_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^3}\vec{r}$

or $dq = \lambda dl$

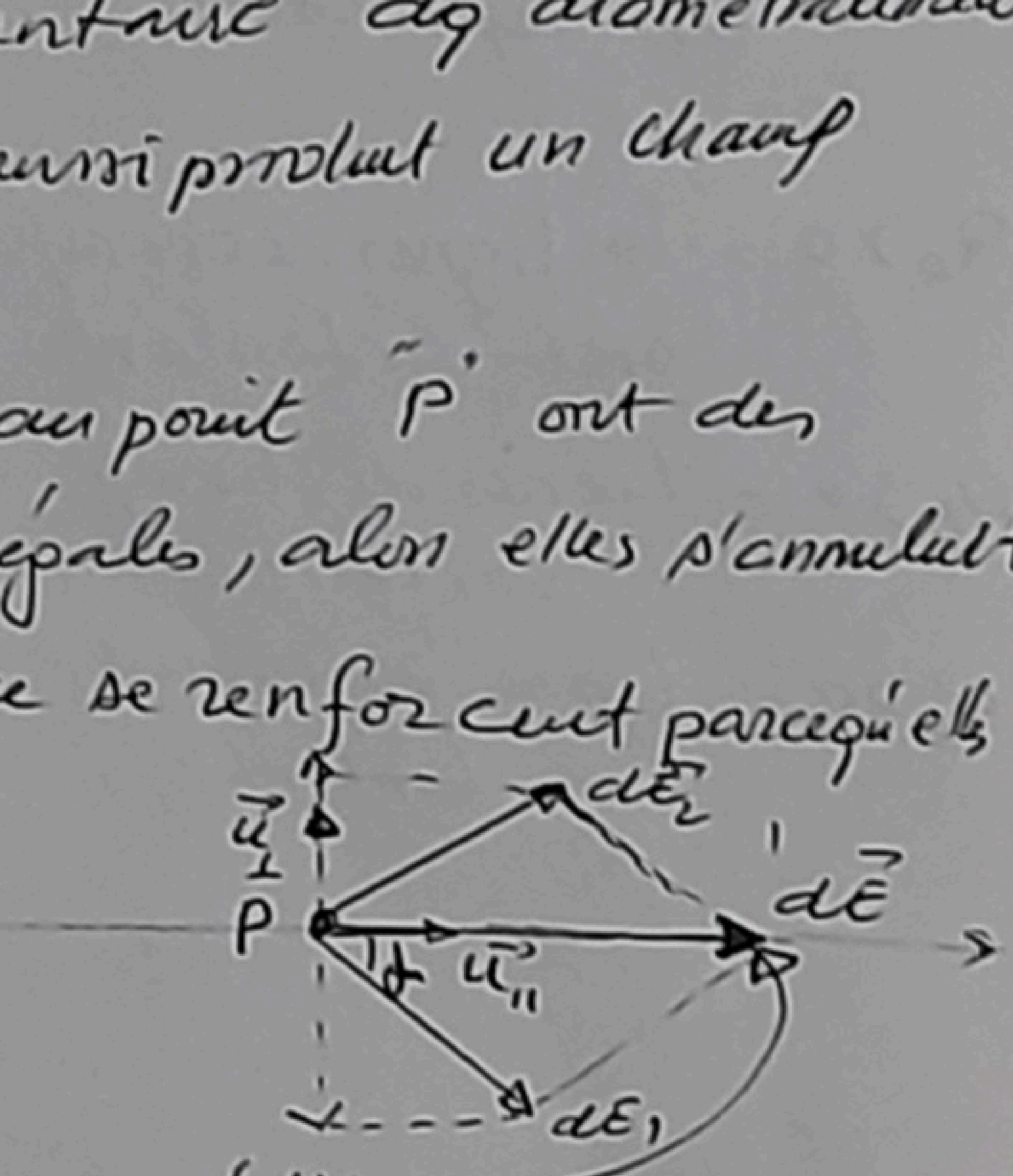
et $|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + R^2}$

$\Rightarrow$

Puisque la charge est distribuée uniformément le long du contour de l'anneau, on a alors une symétrie de distribution de charge qui aura son effet sur la symétrie du champ $\vec{E}$.

On prend donc une charge élémentaire "dq" diamétralement opposé à la première, qui elle aussi produit un champ élémentaire $d\vec{E}$.

Les deux champs élémentaires crées au point "P" ont des composantes transversales opposées et égales, alors elles s'annulent mais les composantes parallèles à l'axe se renforcent parce qu'elles sont dans le même sens.



Champ ...

$$d\vec{E} = d\vec{E}_1 + d\vec{E}_2 = 2\,dE\cos\alpha$$

or $\cos\alpha = \dfrac{x}{r} = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}$

$$\Rightarrow d\vec{E} = 2\,\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{dq}{(x^2+R^2)}\,\frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\,\vec{u}_{\parallel} \quad \text{or } \vec{u}_{\parallel} \equiv \vec{i}$$

$$d\vec{E} = 2\cdot\frac{x}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{\lambda\,dl}{(x^2+R^2)^{3/2}}\,\vec{i}$$

$\Rightarrow$ Le champ total créé par l'anneau est.

$$\vec{E} = \int d\vec{E} = \int_0^{l/2} 2\,\frac{x}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{\lambda\,dl}{(x^2+R^2)^{3/2}}\,\vec{i}$$

puisque $x, R\ \lambda$ sont des constants

$$\vec{E} = 2\cdot\frac{\lambda x}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{(x^2+R^2)^{3/2}}\int_0^{l/2} dl\ \vec{i}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{\lambda l\ x}{(x^2+R^2)^{3/2}}\,\vec{i} \quad \text{or } Q = \lambda l$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q\,x}{(x^2+R^2)^{3/2}}\,\vec{i}}$$

b°/ Si le point "P" est très éloigné "$x \gg R$"

$$\Rightarrow \sqrt{x^2+R^2} \simeq x \quad \Rightarrow \vec{E}(x) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{Q\,x}{(x^2+R^2)^{3/2}}\,\vec{i} \simeq \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{Q\,x}{x^3}\,\vec{i}$$

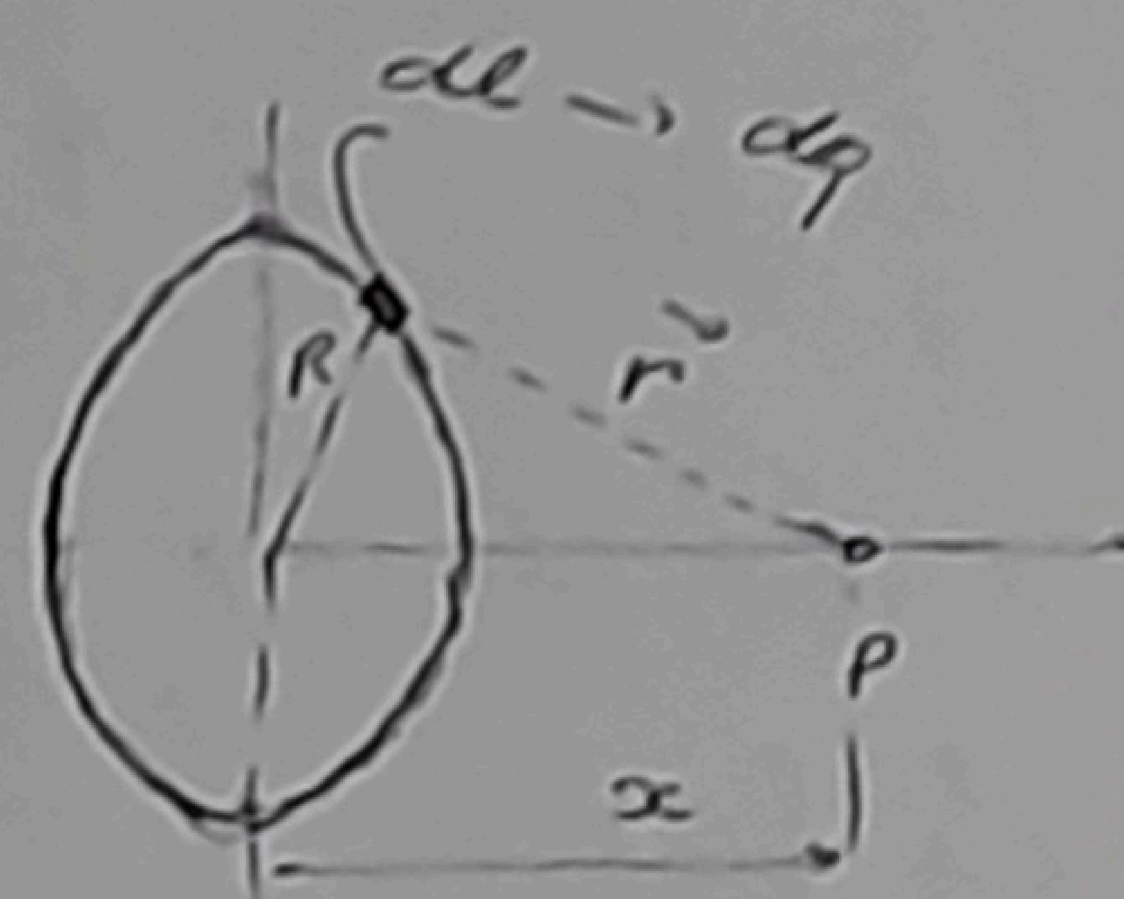
$$\boxed{\vec{E} \simeq \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{Q}{x^2}\,\vec{i}}$$

[redacted]

⑥ $$\boxed{\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{x^2} \vec{i}}$$

Le champ parrait comme s'il est créé par une charge "Q" égale à la charge totale de l'anneau et située au centre de celui-ci

c/ Le potentiel électrique



On prend un élément de longueur dl qui porte une charge élementaire $dq = \lambda dl$ qui produit au point "P" un potentiel élementaire

$$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\lambda dl}{(x^2+R^2)^{1/2}}$$

d'où le potentiel total $V = \int dV = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\lambda dl}{(x^2+R^2)^{1/2}}$

(λ, x, R) Constantes

$$\Rightarrow V(x) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\lambda}{\sqrt{x^2+R^2}} \int_0^l dl = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\lambda l}{\sqrt{x^2+R^2}}$$

puisque la charge totale et $Q = \lambda l$

$$\Rightarrow \boxed{V(x) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{\sqrt{x^2+R^2}}}$$

- Le potentiel peut-être calculé à partir de la relation entre le potentiel et le champ électrique $\vec{E} = -\int \vec{E} \cdot \vec{dl}$