**CHAPITRE III**

**LES ERREURS ACCIDENTELLES**

1. **Définition :**

L’opérateur constate que lorsqu’il réitère plusieurs fois la même mesure, il obtient des valeurs légèrement différentes. Ces résultats sont dus à des erreurs dites accidentelles.

**Exemple** : un angle mesuré cinq fois, les résultats sont les suivants :

|  |  |
| --- | --- |
| N° | Mesure d’angle |
| 1 | 102 ,15 |
| 2 | 102,26 |
| 3 | 102,15 |
| 4 | 102,16 |
| 5 | 102,15 |

0n constate que la deuxième mesure est une faute qu’il faut éliminer.

Pour minimiser l’erreur, on additionne les quatre mesures et les diviser par quatre pour obtenir la moyenne arithmétique de l’angle.

La moyenne arithmétique = (102,15+102,15+102,16+102,15) /4 = 102,15

1. **POSTULAT DE LA MOYENNE ARITHMETIQUE:**

Répétons la même mesure un très grand nombre de fois, on constate que ces valeurs sont dispersées entre deux valeurs extrêmes A et B qui admettent un point d’accumulation O vers le milieu de AB

 A O B

Soit X la vraie valeur de la quantité mesurée, cette valeur nous restant inconnue.

On peut adopter comme valeur la plus plausible de X l’expression suivante

X0= (X1 + X2 + X3+….. + Xn)/n

 Ou encore

X0 = (X1 + X2 + ……… Xn)/n

Comme on peut calculer la moyenne arithmétique d’une autre façon :



Avec X’ = la plus petite valeur de la série de mesures

**Exemple :**

Une distance entre les points A et B est mesurée cinq fois, les résultats des mesures sont les suivants. 116,56 - 116,55 – 116,50 – 116,48 – 116,46 m. Calculer la moyenne arithmétique.

On peut calculer la moyenne arithmétique de deux façons :

1ère méthode :

 X0 = ∑(116,56 + 116,55 + 116,50 + 116,48 + 116,46)/5 = 116,51 m

2ème méthode :

X0 = X’+∑((116,56- 116,46) + (116,55- 116,46) + (116,50- 116,46) + (116,48- 116,46) +

 (116,46-116,46))/5 = 116,51 m

**III - ERREURS APPARENTES :**

On appelle erreurs apparentes ou résidus ou même erreurs tout court les quantités.

 X1 – X0 = v1

 X2 – X0 = v2

 - - - - - - - -

 I - - - - - - - -

 Xp – X0 = vp

 - - - - - - - -

 Xn – X0 = vn

Si on ajoute membre à membre dans la relation I, on a :

X1 + X2 + ……… Xn – nX0 = v1 + v2 + ……… vn = ∑v

Comme X0 = (X1 + X2 + …….. Xn)/n on en déduit que ∑v = 0

La somme algébrique est nulle, d’autres part, à toute erreur positive correspond une erreur négative égale.

**Il en résulte de ces considérations :**

* L’erreur accidentelle d’une mesure peut être considérée comme la différence entre la mesure et la moyenne arithmétique de toutes les mesures.
* La somme algébrique des erreurs est nulle.
* A toute erreur positive correspond une erreur négative égale.
* Les erreurs les plus petites sont les plus nombreuses.
* Les erreurs ne dépassent pas un certains maximum.

**IV - ERREUR MOYENNE ARITHMETIQUE :**

On appelle erreur moyenne arithmétique l’expression :

  C’est la moyenne de toutes les erreurs

Avec vi = écart des mesures n = nombre de mesures

**V - ERRUER MOYENNE QUADRATIQUE  SUR UNE MESURE ISOLEE:**

On appelle erreur moyenne quadratique sur une mesure isolé l’expression : 

L’erreur moyenne quadratique caractérise avec fidélité le procédé de mesures. Surtout Lorsqu’on calcule sur un grand nombre d’observations.

**VI - ERREUR MOYENNE QUADRATIQUE  SUR UNE SOMME:**

1. Considérant la somme F(x) = x+y+z+ ……….. et supposons que l’erreur moyenne quadratique (emq) commise sur chaque **terme soit différente** εqx≠ εqy ≠ εqz ≠ εqu ≠ ………….

On a alors

 emq²= F’(x)²εqx² +F’(y)²εqy²+F’(z)²εqz² (I)

Considérant la somme A=F(xyz) = x+y+z F’(x)=1 F’(y)=1 F’(z)=1



**Exemple n° 01 :**

Une longueur AE = 871,534 m a été mesurée en 4 tronçons de longueurs différentes et (emq) différentes (matériels et méthodes différentes).

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | AB(m) | BC(m) | CD(m) | DE(m) |
| Longueurs | 157.369 | 83.254 | 212.569 | 418.342 |
| εq | ± 2mm | ± 4mm | ±40 mm | ± 8mm |

Quelle est l'emq (εq) sur la longueur totale?

On reconnait une somme d'éléments d'emq différentes. 

On voit que la valeur de l'emq sur la distance totale AE est en fait très peu différente de celle de CD. On dit dans ce cas que le poids de CD est important.

1. **Cas d’une somme à εq constant**

L’erreur moyenne quadratique commise sur chaque terme soit la même εx = εy = εz =εu = εq

On a alors =

=

**Exemple n° 02:**

On chaine une longueur de 100 m avec un décamètre ; à chaque portée l’erreur moyenne quadratique de mesure est εq = 1 cm. Comme n = 10 ;

= == ±3,16 cm

L’erreur moyenne absolue est 3 cm. L’erreur relative correspondante est 0,0316/100 = 3,16/10.000

1. **Cas d’un nivellement :**

Soit εq  l’écart type sur une mesure (une visée)

Pour une dénivelée (deux visées), cela donne 

Pour un parcours de N dénivelées, l’écart type est donc 

Donc la tolérance sur la fermeture est TΔH=±2,7emq=



**Exemple 03** :

Soit une erreur due au calage de l’axe principale de εq1=0,5mm à 30m

Soit une erreur due à la tenue de la mire et à l’appréciation de la lecture de εq2= 1mm à 30m

Soit une erreur sur le support de la mire (sol, crapauds, etc) de εq3= 0,5mm

Le cheminement contient 8 dénivelées

Calculer l’erreur moyenne quadratique, dites si elle dépasse la tolérance.

**Réponse :**

Pour une visée

 

pour une dénivelée (deux visées) 

Pour le parcours de N dénivelées emq== ±4,60mm

Tolérance T=3,82√8=10,80mm

On voit que l’erreur moyenne quadratique est inférieure à la tolérance, ce qui prouve que le travail est fait convenablement.