

RÉFLEXION ET TRANSMISSION D'UNE O.E.M. À L'INTERFACE ENTRE DEUX MILIEUX SOUS INCIDENCE NORMALE.

I. Mise en équation et conditions aux limites.

1°) Notion d'indice complexe d'un milieu.

➤ **Définition :**

L'étude de la propagation des ondes électromagnétiques dans les plasmas ou les métaux a fait apparaître une relation de dispersion, propre à chaque milieu, qu'on peut écrire de façon générique sous la forme, sous conditions de linéarité du milieu :

$$\underline{k} = \underline{n} \frac{\omega}{c}$$

avec \underline{k} complexe où le nombre complexe \underline{n} **sans dimension** est appelé **l'indice complexe** du milieu, qui dépend (entre autres) de la pulsation temporelle ω de l'onde.

En séparant la partie réelle et imaginaire de $\underline{n}(\omega)$, on note le plus souvent $\underline{n}(\omega) = n_1(\omega) - jn_2(\omega)$, où $n_1(\omega)$ est appelé **indice de réfraction (ou indice de dispersion)** du milieu, et $n_2(\omega)$ **l'indice d'absorption**.

Le plus souvent, la relation de dispersion fait intervenir \underline{k}^2 (via le laplacien). On écrira alors

$$\underline{k}^2 = [n_1^2 - n_2^2 - 2jn_1n_2] \frac{\omega^2}{c^2}$$

➤ **Exemples :**

Dans un **plasma neutre**, la relation de dispersion est $\underline{k}^2 = \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{c^2} = \underline{n}^2 \frac{\omega^2}{c^2} \Rightarrow \underline{n}^2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$.

Dans un métal, on a $\underline{k}^2 = \frac{\omega^2 - j\omega_p^2 \frac{\omega\tau}{1 + j\omega\tau}}{c^2} = \underline{n}^2 \frac{\omega^2}{c^2} \Rightarrow \underline{n}^2 = 1 - j \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{\omega\tau}{1 + j\omega\tau}$.

➤ **Lien entre vitesse de phase et indice de réfraction :**

Si on pose $\underline{k} = k_1 - jk_2$, avec (k_1, k_2) réels, on aura $k_1 = n_1 \frac{\omega}{c}$ et $k_2 = n_2 \frac{\omega}{c}$.

On sait que k_1 est significatif de la propagation de l'onde, avec ou sans dispersion, avec une vitesse dite de phase de l'O.E.M. qui s'écrit $v_\phi = \frac{\omega}{k_1}$, soit $v_\phi = \frac{c}{n_1}$.

On retrouve ici la définition première de l'indice de réfraction d'un **milieu transparent**.

On appelle **zone de transparence** d'un milieu le domaine de fréquences pour lequel \underline{n} est réel $\Rightarrow n_2 \approx 0$.

➤ **Une nouvelle expression de l'épaisseur d'atténuation δ :**

La partie imaginaire de \underline{k} caractérise l'atténuation de l'OEM, via une longueur appelée **épaisseur d'atténuation**, notée δ telle que $\delta = \frac{1}{|k_2|}$. On écrira aussi $\delta = \frac{c}{|n_2| \omega}$, montrant le rôle joué par n_2 dans l'absorption de l'onde au cours de sa propagation.

➤ **Expression de la vitesse de groupe dans une zone de transparence.**

Dans une zone de transparence, k est réel $\Rightarrow n_2 = 0$. On a $k = \frac{2\pi}{\lambda_{milieu}} = n_1 \frac{\omega}{c}$.

La vitesse de groupe est donnée par $v_g = \frac{d\omega}{dk}$. Exprimons v_g en faisant intervenir la relation $n(\lambda)$ caractéristique de la dispersion du milieu.

$$\text{On a } v_g = \frac{d\left(\frac{kc}{n}\right)}{dk} = \frac{c}{n} + kc \frac{d(1/n)}{dk} = v_\phi - \frac{kc}{n^2} \frac{dn}{dk}$$

$$\text{Or } \frac{dn}{dk} = \frac{dn}{d\lambda} \frac{d\lambda}{dk}. \text{ De la relation } \lambda = \frac{2\pi}{k}, \text{ il vient } \frac{d\lambda}{dk} = -\frac{2\pi}{k^2} = -\frac{\lambda}{k}.$$

$$\text{Ainsi } v_g = v_\phi + \frac{\lambda c}{n^2} \frac{dn}{d\lambda}. \text{ Soit finalement } v_g = v_\phi \left[1 + \frac{\lambda}{n} \frac{dn}{d\lambda} \right].$$

Cette expression montre que dans un milieu dispersif ($dn / d\lambda \neq 0$), on a $v_g \neq v_\phi$.

2°) Relation structurelle entre \vec{B} et \vec{E} pour une O.P.P.H.

On a déjà établi la relation générale, liant les champs \vec{B} et \vec{E} , valable dans tout milieu pour une O.P.P.H. de vecteur d'onde \vec{k} , à composantes réelles ou complexes : $\vec{B} = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega}$.

$$\text{En notant } \vec{k} = \underline{n} \frac{\omega}{c} \vec{u}, \text{ il vient } \vec{B} = \frac{\underline{n}}{c} \vec{u} \wedge \vec{E}.$$

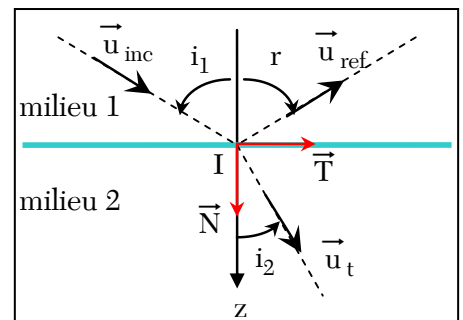
Il convient d'en savoir plus sur l'expression de \underline{n} pour revenir à l'expression réelle du champ \vec{B} connaissant \vec{E} . En particulier, contrairement à ce qui se passe dans le vide, le champ \vec{B} n'est plus forcément perpendiculaire à \vec{E} pour une O.E.M. de polarisation elliptique quelconque, bien qu'elle conserve toujours une structure transverse ($\vec{E} \perp \vec{k}$ et $\vec{B} \perp \vec{k}$).

3°) Les relations de passage sur l'interface.

On considère deux milieux caractérisés par des **indices complexes** n_1 et n_2

L'interface entre ces deux milieux, (appelée *dioptr*e en optique) est modélisée par un plan (noté Σ) : ce qui signifie que les longueurs d'onde sont très faibles devant les dimensions caractéristiques du problème.

On fixe un repère cartésien pour lequel (Σ) correspond au plan d'équation $z = 0$.



Soit une O.P.P.H. incidente, tombant sur le dioptr e en un point I , se propageant dans le milieu 1 suivant le vecteur \vec{u}_{inc} .

Soit \vec{N} le **vecteur unitaire normal** au dioptr e. Le plan $(I, \vec{u}_{inc}, \vec{N})$ est appelé **plan d'incidence**.

On définit le vecteur unitaire \vec{T} , **tangent au dioptr e situé dans le plan d'incidence**.

Cette onde incidente donne naissance à une onde réfléchie, se propageant dans la direction définie par \vec{u}_{ref} et une onde transmise dans le milieu 2 suivant \vec{u}_t .

On définit, en notation complexe, les champs électriques de ces trois O.P.P.H. selon :

$$\vec{E}_i = \vec{E}_{0i} \exp[j(\omega_i t - \vec{k}_i \cdot \vec{r})] \quad \vec{E}_r = \vec{E}_{0r} \exp[j(\omega_r t - \vec{k}_r \cdot \vec{r})] \quad \vec{E}_t = \vec{E}_{0t} \exp[j(\omega_t t - \vec{k}_t \cdot \vec{r})].$$

Les champs magnétiques associés sont $\vec{B}_i = \frac{\vec{k}_i \wedge \vec{E}_i}{\omega_i}$, $\vec{B}_r = \frac{\vec{k}_r \wedge \vec{E}_r}{\omega_r}$ et $\vec{B}_t = \frac{\vec{k}_t \wedge \vec{E}_t}{\omega_t}$.

On peut classer les différents vecteurs en deux catégories :

- Champs contenus dans le plan d'incidence, notés \vec{E}_{\parallel} et \vec{B}_{\parallel} qu'on décompose suivant \vec{N} et \vec{T} .
- Champs perpendiculaires au plan d'incidence, notés \vec{E}_{\perp} et \vec{B}_{\perp} , parallèles au vecteur unitaire \vec{u}_{\perp} .

Les conditions aux limites toujours vraies (\forall les milieux de part et d'autre de l'interface) :

On peut montrer à partir des équations de Maxwell (et nous admettrons le résultat) que :

La composante **normale** à l'interface (donc celle parallèle à \vec{N}) du **champ magnétique** \vec{B} est toujours **continue**.

La composante **tangentielle** à l'interface (donc celle contenue dans $(\vec{T}, \vec{u}_{\perp})$) du **champ électrique** \vec{E} est toujours **continue**.

On pourra donc toujours écrire : $[\vec{B}_{inc}(0,t) + \vec{B}_{ref}(0,t)] \cdot \vec{N} = \vec{B}_{trans}(0,t) \cdot \vec{N}$
 $[\vec{E}_{inc}(0,t) + \vec{E}_{ref}(0,t)] \wedge \vec{N} = \vec{E}_{trans}(0,t) \wedge \vec{N}$

Interface entre deux milieux conducteurs ou isolants électriques mais non magnétiques.

On peut montrer à partir des équations de Maxwell (et nous admettrons le résultat) que :

La composante tangentielle (donc celle contenue dans $(\vec{T}, \vec{u}_{\perp})$) du champ magnétique \vec{B} est continue à l'interface de deux conducteurs ou isolants électriques mais non magnétiques.

La composante normale de \vec{E} peut quant-à-elle subir une discontinuité sur l'interface.

Cas d'une réflexion – transmission sous incidence normale :

Si $i_1 = 0$, le champ électrique est **purement tangentiel** (conséquence de la structure transverse des O.P.P.H) et

il y a **continuité du champ électrique et magnétique** de part et d'autre de l'interface entre deux milieux conducteurs ou isolants électriques, non magnétiques.

On pourra donc écrire dans l'hypothèse où $i_1 = 0$:

$\vec{B}_{inc}(0,t) + \vec{B}_{ref}(0,t) = \vec{B}_{trans}(0,t)$
$\vec{E}_{inc}(0,t) + \vec{E}_{ref}(0,t) = \vec{E}_{trans}(0,t)$

4°) Égalité des pulsations temporelles des 3 ondes :

Les ondes réfléchies et incidentes proviennent du rayonnement par les dipôles oscillants, que constituent les atomes ou molécules des milieux 1 et 2, supposés linéaires. Ce rayonnement correspond à la réponse forcée de ces dipôles soumis à l'excitation de l'O.P.P.H. de pulsation ω .

Pour un système linéaire, la réponse en régime harmonique forcé se fait à la même pulsation que l'excitation. On justifie ainsi que $\omega_i = \omega_r = \omega_t$, qu'on note ω simplement.

On peut également démontrer cette égalité en écrivant la continuité d'un des champs, \vec{E}_t par exemple, en tout point de l'interface, et donc en particulier à l'origine en $\vec{r} = \vec{0}$.

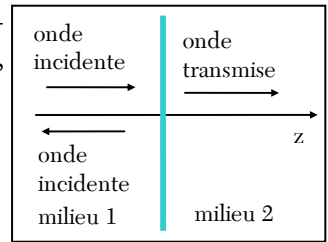
Il vient : $\vec{E}_{0i} \cdot \vec{T}e^{j\omega_i t} + \vec{E}_{0r} \cdot \vec{T}e^{j\omega_r t} = \vec{E}_{0t} \cdot \vec{T}e^{j\omega_t t}$, qui doit être satisfaite à tout instant t ; ce qui impose $\omega_i = \omega_r = \omega_t$ (sinon, le système donnerait $\vec{E}_{0i} = \vec{E}_{0r} = \vec{E}_{0t} = 0$!).

On peut alors écrire les vecteurs d'onde $\vec{k}_i = n_1 \frac{\omega}{c} \vec{u}_{inc}$ $\vec{k}_r = n_1 \frac{\omega}{c} \vec{u}_{ref}$ $\vec{k}_t = n_2 \frac{\omega}{c} \vec{u}_t$.

II. Coefficients de réflexion et de transmission sous incidence normale.

1°) Coefficients de réflexion et de transmission du champ électrique.

On envisage le cas d'une O.P.P.H. incidente tombant sous incidence normale sur le dioptré séparant les deux milieux *d.l.h.i.*, supposés transparents, d'indices n_1 et n_2 .



On donne le champ électromagnétique de l'onde incidente :

$$\vec{E}_i = \vec{E}_{0i} \exp[j(\omega t - k_1 z)] \quad \text{et} \quad \vec{B}_i = \frac{\vec{k}_i \wedge \vec{E}_i}{\omega}$$

On écrit l'onde réfléchi sous la forme : $\vec{E}_r = \vec{E}_{0r} \exp[j(\omega t + k_1 z)]$ et $\vec{B}_r = \frac{\vec{k}_r \wedge \vec{E}_r}{\omega}$.

et l'onde transmise sous la forme : $\vec{E}_t = \vec{E}_{0t} \exp[j(\omega t - k_2 z)]$ et $\vec{B}_t = \frac{\vec{k}_t \wedge \vec{E}_t}{\omega}$.

Sous incidence normale, les champs \vec{E} et \vec{B} sont purement tangentiels et donc **continus en $z = 0$** .

On a donc : $\vec{E}_1(z = 0^-, t) = \vec{E}_2(z = 0^+, t)$, soit $\begin{cases} \vec{E}_{0i} + \vec{E}_{0r} = \vec{E}_{0t} \\ \vec{B}_{0i} + \vec{B}_{0r} = \vec{B}_{0t} \end{cases}$.

En écrivant que $\vec{k}_i = n_1 \frac{\omega}{c} \vec{u}_z$ $\vec{k}_r = -n_1 \frac{\omega}{c} \vec{u}_z$ $\vec{k}_t = n_2 \frac{\omega}{c} \vec{u}_z$, la continuité de \vec{B} donne :

$$n_1 \vec{e}_z \wedge (\vec{E}_{0i} - \vec{E}_{0r}) = n_2 \vec{e}_z \wedge \vec{E}_{0t}, \text{ qui conduit à } \boxed{n_1 (\vec{E}_{0i} - \vec{E}_{0r}) = n_2 \vec{E}_{0t}}$$

Du système $\begin{cases} \vec{E}_{0i} + \vec{E}_{0r} = \vec{E}_{0t} \\ \vec{E}_{0i} - \vec{E}_{0r} = \frac{n_2}{n_1} \vec{E}_{0t} \end{cases}$, on tire $\boxed{\vec{E}_{0r} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \vec{E}_{0i} \quad \vec{E}_{0t} = \frac{2n_1}{n_1 + n_2} \vec{E}_{0i}}$.

On retient :

Les vecteurs \vec{E}_{0r} et \vec{E}_{0t} , parallèles au vecteur \vec{E}_{0i} , montrent que les ondes réfléchi et réfractée sont **polarisées dans la même direction** que l'onde incidente. En outre, ces vecteurs proportionnels définissent les coefficients de réflexion et de transmission des amplitudes

$$\begin{aligned} \vec{E}_{0r} &= r_{1 \rightarrow 2} \vec{E}_{0i} \\ \vec{E}_{0t} &= t_{1 \rightarrow 2} \vec{E}_{0i} \end{aligned}$$

avec

$$r_{1 \rightarrow 2} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \quad ; \quad t_{1 \rightarrow 2} = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}$$

2°) Impédance de milieu.

On définit l'**impédance du vide** (homogène à une impédance électrique) par la relation dimensionnelle $Z_0 = \frac{B/\mu_0}{E}$, conduisant, en posant pour une O.P.P.H. $\frac{\vec{B}}{\mu_0} = \frac{\vec{u} \wedge \vec{E}}{Z_0}$ à l'expression

$$\boxed{Z_0 = \frac{c}{\mu_0} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}}$$

Dans un milieu d'indice complexe n , on définit de même l'**impédance du milieu** à partir de la

relation de structure d'une O.P.P.H. par $\frac{\vec{B}}{\mu_0} = \frac{\vec{u} \wedge \vec{E}}{Z}$. En utilisant $\vec{B} = \frac{n}{c} \vec{u} \wedge \vec{E}$, il vient $\boxed{Z = \frac{Z_0}{n}}$.

Les coefficients de réflexion et de transmission pour le champ électrique peuvent alors se réécrire :

$$\boxed{r_{1 \rightarrow 2} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2} \quad ; \quad t_{1 \rightarrow 2} = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2}}$$

3°) Coefficients de réflexion et de transmission énergétiques.

La valeur moyenne des vecteurs de Poynting des trois ondes permet de définir des coefficients de réflexion et transmission des puissances :

$$R_{1 \rightarrow 2} = \frac{\|\langle \vec{\Pi}_r \rangle\|}{\|\langle \vec{\Pi}_i \rangle\|} \quad \text{et} \quad T_{1 \rightarrow 2} = \frac{\|\langle \vec{\Pi}_t \rangle\|}{\|\langle \vec{\Pi}_i \rangle\|}.$$

Il faut bien garder à l'idée que les opérations avec le vecteur de Poynting **ne sont pas linéaires** vis-à-vis du champ électromagnétique, et qu'en conséquence, il faut repasser par les expressions réelles des champs.

Toutefois, dans la mesure où seules les **moyennes temporelles** de $\vec{\Pi}$ sont pertinentes, on peut montrer (et nous admettrons le résultat) que $\langle \vec{\Pi} \rangle = \text{Re} \left(\frac{1}{2} \vec{E} \wedge \vec{B}^* \right)$, où \vec{B}^* est le complexe conjugué de \vec{B}

Pour une O.P.P.H (avec $\vec{k} = \underline{n} \frac{\omega}{c} \vec{u}$), on a $\vec{E} \wedge \vec{B}^* = \vec{E} \wedge \left(\frac{\vec{u} \wedge \vec{E}}{Z} \right)^* = \vec{E} \wedge \left(\frac{\vec{u} \wedge \vec{E}^*}{Z^*} \right)$.

On obtient ainsi $\langle \vec{\Pi} \rangle = \text{Re} \left(\frac{1}{2} \frac{\underline{n}^* \vec{E} \cdot \vec{E}^*}{Z_0} \vec{u} \right) = \frac{\|\vec{E}\|^2}{2Z_0} \text{Re}(\underline{n}^*) \vec{u} = \frac{\|\vec{E}\|^2}{2Z_0} \text{Re}(\underline{n}) \vec{u}$ car $\text{Re}(\underline{n}^*) = \text{Re}(\underline{n})$

On obtient alors : $R_{1 \rightarrow 2} = \frac{E_{0r}^2}{E_{0i}^2} = |r_{1 \rightarrow 2}|^2 \quad \text{et} \quad T_{1 \rightarrow 2} = \frac{\text{Re}(n_2)}{\text{Re}(n_1)} |t_{1 \rightarrow 2}|^2$.

On retient les expressions valables seulement sous incidence normale :

$$R_{1 \rightarrow 2} = \left| \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2} \right|^2 ; \quad T_{1 \rightarrow 2} = 4 \frac{\text{Re}(n_2)}{\text{Re}(n_1)} \frac{|Z_2|^2}{|Z_1 + Z_2|^2}.$$

Cas où le milieu 1 est le vide (ou l'air) :

On a dans ce cas $\underline{n}_1 = 1 \Rightarrow Z_1 = Z_0$ réelle et $\text{Re}(n_1) = 1$.

Les coefficients énergétiques s'écrivent

$$R_{1 \rightarrow 2} = \left| \frac{Z_2 - Z_0}{Z_2 + Z_0} \right|^2 = \left| \frac{1 - n_2}{1 + n_2} \right|^2 \quad \text{et} \quad T_{1 \rightarrow 2} = 4 \text{Re}(n_2) \frac{|Z_2|^2}{|Z_2 + Z_0|^2} = \frac{4 \text{Re}(n_2)}{|1 + n_2|^2}.$$

Formons $R_{1 \rightarrow 2} + T_{1 \rightarrow 2} = \frac{1 + |n_2|^2 - (n_2 + n_2^*) + 4 \text{Re}(n_2)}{|1 + n_2|^2}$. Or $n_2 + n_2^* = 2 \text{Re}(n_2)$

Il vient $R_{1 \rightarrow 2} + T_{1 \rightarrow 2} = \frac{1 + |n_2|^2 + (n_2 + n_2^*)}{|1 + n_2|^2} = \frac{|1 + n_2|^2}{|1 + n_2|^2} = 1$.

La relation $R_{1 \rightarrow 2} + T_{1 \rightarrow 2} = 1$ traduit la **conservation de l'énergie à la traversée de l'interface**, en l'absence d'absorption et de phénomènes d'interférences au niveau de l'interface.

III. Cas d'une interface vide – milieu conducteur.

1°) Interface vide – plasma neutre.

On a établi l'expression de \underline{n}_2 dans un plasma neutre : $\underline{n}_2^2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$, avec $\omega_p = \sqrt{\frac{n_e e^2}{m \epsilon_0}}$ où n_e est la densité volumique des électrons libres du plasma.

Cas où $\omega > \omega_p$.

Dans ce cas, $\underline{n}_2^2 > 0$ et \underline{n}_2 est **réel** (noté n_2).

Les coefficients de réflexion et de transmission pour le champ électrique sont **réels**.

L'onde incidente donne naissance à une onde transmise dans le plasma qui **s'y propage sans atténuation** ainsi qu'à une onde réfléchi. La propagation est **dispersive** (n_2 fonction de ω).

Si $\omega \gg \omega_p$, on a $n_2 \approx 1$, d'où $R \approx 0$ et $T \approx 1$: l'onde est transmise sans atténuation ou presque et le plasma se comporte comme le **vide** vis-à-vis de l'OEM.

Cas où $\omega < \omega_p$.

Dans ce cas, $\underline{n}_2^2 < 0$ et \underline{n}_2 est **imaginaire pur** (noté $j n_2$). Ainsi $\text{Re}(\underline{n}_2) = 0 \Rightarrow T = 0$.

L'onde dans le plasma est une onde évanescente qui ne s'y propage pas et l'onde incidente est totalement réfléchi sur l'interface vide – plasma.

Le plasma se comporte alors comme un miroir parfait.

C'est cette propriété qui est mise à profit avec les ondes hertziennes qui se réfléchissent sur l'ionosphère et permettent les communications radio sur Terre intercontinentales.

2°) Interface vide – métal.

L'indice complexe dans le métal s'écrit $\underline{n}_2^2 = 1 - j \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{\omega\tau}{(1 + j\omega\tau)}$, avec $\omega_p = \sqrt{\frac{\gamma_0}{\epsilon_0\tau}}$, expression qui admet différentes simplifications suivant le domaine fréquentiel envisagé.

Cas des basses fréquences $\omega\tau \ll 1$. (cadre de **l'effet de peau**).

On peut alors écrire $\underline{k}_2 = \frac{1-j}{\delta}$, avec $\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0\gamma_0\omega}}$ (épaisseur de peau).

On en déduit $\underline{n}_2 = \frac{c}{\omega} \frac{1-j}{\delta}$ d'où $\text{Re}(\underline{n}_2) = \frac{c}{\omega\delta}$.

Les coefficients de réflexion et de transmission pour le champ électrique s'écrivent alors

$$r_{1 \rightarrow 2} = \frac{-\left(1 - j - \frac{\omega\delta}{c}\right)}{1 - j + \frac{\omega\delta}{c}} ; \quad t_{1 \rightarrow 2} = \frac{2 \frac{\omega\delta}{c}}{1 - j + \frac{\omega\delta}{c}}$$

Dans la limite où $\frac{\omega\delta}{c} \ll 1$ (cas où $\delta \ll \lambda_0$), ces coefficients se réduisent à $\begin{cases} r_{1 \rightarrow 2} \approx -1 \\ t_{1 \rightarrow 2} \approx 0 \end{cases}$.

Ce cas apparaît aussi dans le cas limite du **conducteur parfait** ($\delta \rightarrow 0$).

Le métal se comporte dans ce cas comme un **miroir parfait** et le champ électrique réfléchi est en opposition de phase avec le champ incident, ce qui explique et justifie la d.d.m. supplémentaire d'origine ondulatoire $\delta^{ond} = \lambda_0 / 2$ lors d'une réflexion métallique. On a par ailleurs le même comportement pour une réflexion vitreuse.

Indice d'un métal dans le domaine optique : cas où $\frac{1}{\tau} \ll \omega \ll \omega_p$.

On obtient alors $\underline{n}_2^2 \approx 1 - j \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{\omega\tau}{j\omega\tau} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$, comme pour un plasma, avec $\omega_p \approx 10^{17} \text{ rad} / \text{s}$.

On a ici encore **réflexion totale** de l'onde incidente (l'onde dans le métal est évanescente).

Pour $\omega \ll \omega_p$, $n_2 \approx j \frac{\omega_p}{\omega}$, avec $|n_2|^2 \gg 1$ qui conduit à $\begin{cases} r_{1 \rightarrow 2} \approx -1 \\ t_{1 \rightarrow 2} \approx 0 \end{cases}$.

Ici encore, le champ électrique de l'onde réfléchi est à peu près en opposition de phase avec celui de l'onde incidente et le métal se comporte comme un miroir parfait.

Transparence de certains métaux $\omega > \omega_p$.

Si $\omega > \omega_p$, l'indice n_2 est réel et **le métal devient transparent** à l'O.E.M. Il est ainsi possible de réaliser des lames minces avec un facteur de transmission (et de réflexion) donnés qui peuvent servir des lames semi-réfléchissantes par exemple, en ajustant $R = T = 1 / 2$.

3°) Pour en savoir plus : les coefficients de Fresnel (hors programme).

Dans le cas d'une incidence quelconque non nulle, les coefficients complexes de réflexion r et de transmission t pour l'amplitude dépendent :

- d'une part de l'angle d'incidence (noté θ_1) et de l'angle de réfraction (noté θ_2), liés entre eux par la loi $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$,

- d'autre part de la direction de polarisation de l'onde incidente, selon que \vec{E}_{inc} est // plan d'incidence (coefficients notés r_{\parallel} et t_{\parallel}), ou que \vec{E}_{inc} est \perp plan d'incidence (coefficients notés r_{\perp} et t_{\perp}).

Les conditions aux limites sur une interface **entre deux milieux transparents**, de plus **isolants électriques non magnétiques**, permettent d'établir les **formules dites de Fresnel** :

$$\begin{aligned} r_{\perp} &= \frac{\sin(\theta_2 - \theta_1)}{\sin(\theta_2 + \theta_1)} & \text{et} & & t_{\perp} &= \frac{2 \sin(\theta_2) \cos(\theta_1)}{\sin(\theta_2 + \theta_1)} \\ r_{\parallel} &= \frac{\tan(\theta_2 - \theta_1)}{\tan(\theta_2 + \theta_1)} & \text{et} & & t_{\parallel} &= \frac{2 \sin(\theta_2) \cos(\theta_1)}{\sin(\theta_2 + \theta_1) \cos(\theta_2 - \theta_1)}. \end{aligned}$$

On note que $r_{\parallel} = 0$ si $\theta_1 + \theta_2 = \frac{\pi}{2}$: **l'onde est intégralement transmise, sans aucune**

réflexion. L'incidence correspondante est appelée **incidence de Brewster** θ_B , avec $\tan(\theta_B) = \frac{n_2}{n_1}$.

On exprime comme précédemment les coefficients de réflexion pour l'énergie :

$$R_{\parallel} = r_{\parallel}^2 \quad \text{et} \quad R_{\perp} = r_{\perp}^2.$$

Pour la lumière naturelle, non polarisée, on a

$$R_{nat} = \frac{R_{\parallel} + R_{\perp}}{2}.$$

Les courbes ci-contre ont été tracées pour une interface de type air / verre, en prenant

$$\begin{cases} n_1 = 1 \\ n_2 = 1,5 \end{cases}$$

