

EXERCICE 1

1) *Algorithme naïf pour recherche le plus grand et le deuxième plus grand*

```
Max1max2()  
{  
    Mx1 = T[0];  
    For (i=1 ; i<n ; i++)  
        If (T[i] >max1)  
            {  
                Max1 = T[i];  
                Indmax1 = i;  
            }  
    If (indmax1 != 0)  
        Max2 = T[0];  
    Else  
        Max2 = T[1];  
  
    For (i=1 ; i<n ; i++)  
        If (i != indmax1)  
            If (T[i] >max2)  
                Max2 = T[i];  
    Return (max1 , max2);  
}
```

*Complexité (en nombre de comparaisons) : Premier max : $n-1$; Second max : $n-2$.
Complexité = $O(2n-3)$*

2.a) *algorithme de tri :*

```
void tri(int()T ; int n)  
{  
    int i = 0;  
    while ( i < n - 1 )  
        if ( T[i] <= T[i + 1])  
            i++;  
        else  
            {  
                Swap(T[i] , T[i + 1] );  
                if (i > 0) i-- ;  
                else i++ ;  
            }  
}
```

2.b) *Complexité :*

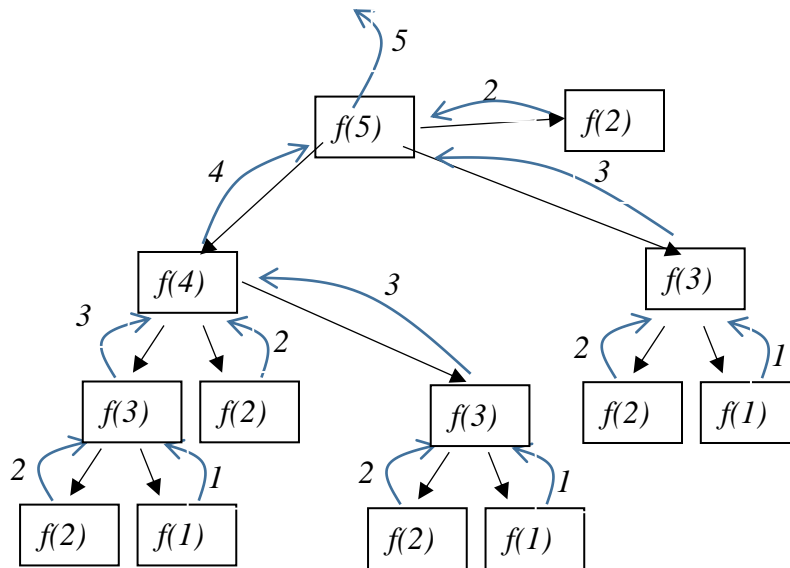
Au meilleur cas, le tableau est trié, on fait $n-1$ comparaisons et aucun swap.

Au pire cas, les éléments du tableau sont dans l'ordre décroissant ; pour chaque valeur de l'indice i , on effectue i swaps et $2*i$ comparaisons ; le nombre de swaps est alors $0+1+2+\dots+n-1$ soit $n(n+1)/2$.

Le nombre de comparaisons est $n(n+1)$; l'algorithme est en $O(n^2)$.

Exercice 2

- 1) $n=3$ f renvoie 3
 $n=4$ f renvoie 3
 $n=5$ f renvoie 5
- 2)



- 3) Cet algo calcule pour un entier n le plus grand nombre premier p inférieur ou égal à n .
 - Inconvénient : refait des calculs plusieurs fois (engendrés par les appels récursifs).
 - Alternative : utilisation d'une table où stocker ces résultats.
- 4) $T(n) = (T(n-1) + T(T(n-1)) + T(T(T(n-1)))) + \dots + T(2) * (1 + T(n-1))$
- 5) Une version itérative de cet algorithme en $O(n\sqrt{n})$.

```

Int f(int n)
{
    While ! (EstPremier(i))
        i--
    return i
}
    
```

```

Booléen EstPremier (entier n)
Entier a ← 1 ;
Si (n mod 2 = 0) alors retourner false
Répéter
    a ← a+2 ;
Jusqu'à (n mod a = 0) or (a² > n);
Retourner (n mod a ≠ 0) ;
    
```

Exercice 3

Première procédure

On utilise 3 tableaux :

Lettre [26] contenant les lettres majuscules de l'alphabet ;

Texte [n] contenant n lettres (texte d'entrée) ;

Freq[26] contenant les fréquences des lettres majuscules dans le texte d'entrée.

Algorithme

```

{
for (j=0 ; j<26 ; j++)
    Freq [j] = 0 ; // initialisation
for (j=0 ; j<26 ; j++)
    for (i=0 ; i<n ; i++)
        If (Texte[i] ==Lettre[j]) Freq [j]++ ; // ces deux boucles pourraient être inversés.
Return Freq[] ;
}
    
```

Complexité $O(26n)$.

Deuxième procédure

La deuxième méthode utilise une fonction position qui retourne la position d'une lettre dans l'alphabet (un entier compris entre 0 et 25)

Algorithme

```
{  
for (i=0 ; i<26 ; i++)  
    Freq [i] = 0 ; // initialization  
for (i=0 ; i<n ; i++)  
    Freq[position[Texte[i]]]++ ;  
Return Freq[] ;  
}  
Complexité O(n).
```