Syntaxe

- ALC = Attributive Concept Language with Complements [Schmidt-Schauß & Smolka, 1991]

  N.B. : plutôt que ‘langage’, devrait s’appeller *logique*

  (logique = langage + sémantique)

- convention :
  - $\mathtt{A}$, $\mathtt{A}_i$, ...: concepts atomiques
    - dans les exemples : commence par majuscule (`Parent`, ...)
  - $\mathtt{C}$, $\mathtt{D}$, $\mathtt{C}_i$, ...: concepts arbitraires
  - $\mathtt{R}$, $\mathtt{R}_i$, ...: rôles atomiques
    - dans les exemples : commence par minuscule (`parentDe`, ...)
  - *pas de rôles complexes*

Syntaxe : concepts complexes

- constructeurs de concepts :

$\top$	concept universel	"tout"
$\bot$	concept vide	"rien"
$\neg C$	complément (ou : négation)	"non C"
$C \sqcap D$	intersection (ou : conjonction)	"C et D"
$C \sqcup D$	union (ou : disjonction)	"C ou D"
$\forall R.C$	quantification universelle restreinte	"tous les R-successeurs sont dans C"
$\exists R.C$	quantification existentielle restreinte	"il existe un R-successeur qui est dans C"

- grammaire des concepts ('BNF') :

$$C ::= N_C \mid \top \mid \bot \mid \neg C \mid (C \sqcap C) \mid (C \sqcup C) \mid (\forall N_R.C) \mid (\exists N_R.C)$$

où :

- C: symbole non-terminal de la grammaire
- $N_C \in$ *NomsConcepts*, $N_R \in$ *NomsRoles* ('symboles terminaux')
- $\top$, $\bot$, $\neg$, $\sqcap$, $\sqcup$: connecteurs logiques

Syntaxe : concepts complexes

- constructeurs de concepts :

$\top$	concept universel	"tout"
$\bot$	concept vide	"rien"
$\neg \mathtt{C}$	complément (ou : négation)	"non $\mathtt{C}$"
$\mathtt{C} \sqcap \mathtt{D}$	intersection (ou : conjonction)	"$\mathtt{C}$ et $\mathtt{D}$"
$\mathtt{C} \sqcup \mathtt{D}$	union (ou : disjonction)	"$\mathtt{C}$ ou $\mathtt{D}$"
$\forall \mathtt{R}.\mathtt{C}$	quantification universelle restreinte	"tous les $\mathtt{R}$-successeurs sont dans $\mathtt{C}$"
$\exists \mathtt{R}.\mathtt{C}$	quantification existentielle restreinte	"il existe un $\mathtt{R}$-successeur qui est dans $\mathtt{C}$"

- grammaire des concepts ('BNF') :

$$\mathtt{C} ::= \mathtt{N_C} \mid \top \mid \bot \mid \neg\mathtt{C} \mid (\mathtt{C} \sqcap \mathtt{C}) \mid (\mathtt{C} \sqcup \mathtt{C}) \mid (\forall \mathtt{N_R}.\mathtt{C}) \mid (\exists \mathtt{N_R}.\mathtt{C})$$

où :

- $\mathtt{C}$: symbole non-terminal de la grammaire
- $\mathtt{N_C} \in$ *NomsConcepts*, $\mathtt{N_R} \in$ *NomsRoles* ('symboles terminaux')
- $\top$, $\bot$, $\neg$, $\sqcap$, $\sqcup$: connecteurs logiques

Syntaxe : exemples

- concepts atomiques :
  $\mathtt{Personne}$, $\mathtt{Masculin}$, $\mathtt{Feminine}$, $\mathtt{Riche}$, ...
- rôles atomiques :
  $\mathtt{parentDe}$, $\mathtt{mereDe}$, $\mathtt{pereDe}$
- concepts complexes :
  1. $\mathtt{Personne} \sqcap \mathtt{Feminine}$
  2. $\mathtt{Personne} \sqcap \neg\mathtt{Feminine}$
  3. $\mathtt{Personne} \sqcap \exists\mathtt{parentDe}.\top$
  4. $\mathtt{Personne} \sqcap \forall\mathtt{parentDe}.\bot$
  5. $\mathtt{Personne} \sqcap \exists\mathtt{parentDe}.\top \sqcap \forall\mathtt{parentDe}.\mathtt{Feminine}$
  6. $\mathtt{Personne} \sqcap (\mathtt{Riche} \sqcup \exists\mathtt{parentDe}.\mathtt{Riche})$
  7. $\mathtt{Personne} \sqcap \exists\mathtt{parentDe}.\exists\mathtt{parentDe}.\top$

Syntaxe : exercices

- étant donné les ensembles

$$NomsConcepts = \{\mathtt{Personne}, \mathtt{Masculin}, \mathtt{Feminine}, \mathtt{Riche}\}$$
$$NomsRoles = \{\mathtt{parentDe}, \mathtt{sœurDe}, \mathtt{frereDe}\},$$

définir les concepts complexes suivants :

1. être une femme
2. être une mère
3. être une mère qui n'a que des garçons
4. être un oncle
5. être un grand-oncle
6. être un quelqu'un qui a un neveu riche
7. être quelqu'un qui a un oncle riche ??
   $\Rightarrow$ pas de converse dans ALC
8. être quelqu'un qui n'a qu'un seul enfant ??
   $\Rightarrow$ pas de restriction de cardinalité dans ALC

Sémantique

- interprétation: donne du sens aux concepts atomiques et aux rôles atomiques (dans un contexte particulier)
- interprétation $\mathcal{I} = (\Delta^{\mathcal{I}}, (.)^{\mathcal{I}})$ telle que :
  - $\Delta^{\mathcal{I}}$ est un ensemble non-vide (domaine d'individus)
  - $(.)^{\mathcal{I}}$: *NomsConcepts* $\longrightarrow 2^{\Delta^{\mathcal{I}}}$ (interprétation des concepts)
  - $(.)^{\mathcal{I}}$: *NomsRoles* $\longrightarrow 2^{\Delta^{\mathcal{I}} \times \Delta^{\mathcal{I}}}$ (interprétation des rôles)

  logique du premier ordre : il y faut en plus interpréter les prédicats 3-aires, 4-aires,. . .

- une interprétation $\mathcal{I}$:
  - donne du sens aux concepts et rôles atomiques

$$(\mathtt{A})^{\mathcal{I}} \subseteq \Delta^{\mathcal{I}}$$
$$(\mathtt{R})^{\mathcal{I}} \subseteq \Delta^{\mathcal{I}} \times \Delta^{\mathcal{I}}$$

  - reste à donner du sens aux concepts complexes. . .

Sémantique (suite)

- interprétation de concepts complexes :

$$
\begin{aligned}
\top^{\mathcal{I}} &= \Delta^{\mathcal{I}} \\
\bot^{\mathcal{I}} &= \emptyset \\
(\neg \mathtt{C})^{\mathcal{I}} &= \Delta^{\mathcal{I}} \setminus \mathtt{C}^{\mathcal{I}} \\
(\mathtt{C} \sqcap \mathtt{D})^{\mathcal{I}} &= \mathtt{C}^{\mathcal{I}} \cap \mathtt{D}^{\mathcal{I}} \\
(\mathtt{C} \sqcup \mathtt{D})^{\mathcal{I}} &= \mathtt{C}^{\mathcal{I}} \cup \mathtt{D}^{\mathcal{I}} \\
(\forall \mathtt{R}.\mathtt{C})^{\mathcal{I}} &= \left\{ a \in \Delta^{\mathcal{I}} \ : \ \text{pour tout } b \in \Delta^{\mathcal{I}}, \text{si } (a, b) \in \mathtt{R}^{\mathcal{I}} \text{ alors } b \in \mathtt{C}^{\mathcal{I}} \right\} \\
(\exists \mathtt{R}.\mathtt{C})^{\mathcal{I}} &= \left\{ a \in \Delta^{\mathcal{I}} \ : \ \text{il existe } b \in \Delta^{\mathcal{I}} \text{ tel que } (a, b) \in \mathtt{R}^{\mathcal{I}} \text{ et } b \in \mathtt{C}^{\mathcal{I}} \right\}
\end{aligned}
$$

Sémantique : quelques équivalences

équivalences sémantiques :

$$
\begin{aligned}
(\neg\neg \mathtt{C})^{\mathcal{I}} &= C^{\mathcal{I}} \\
(\neg(\mathtt{C} \sqcap \mathtt{D}))^{\mathcal{I}} &= (\neg \mathtt{C} \sqcup \neg \mathtt{D})^{\mathcal{I}} \\
(\neg(\mathtt{C} \sqcup \mathtt{D}))^{\mathcal{I}} &= (\neg \mathtt{C} \sqcap \neg \mathtt{D})^{\mathcal{I}} \\
(\neg\forall \mathtt{R}.\mathtt{C})^{\mathcal{I}} &= (\exists \mathtt{R}.\neg \mathtt{C})^{\mathcal{I}} \\
(\neg\exists \mathtt{R}.\mathtt{C})^{\mathcal{I}} &= (\forall \mathtt{R}.\neg \mathtt{C})^{\mathcal{I}}
\end{aligned}
$$

Proposition (forme normale négative)

Tout concept $\mathtt{C}$ peut être transformé en un concept nnf$(\mathtt{C})$ tel que

1. *dans nnf$(\mathtt{C})$, la négation apparaît seulement devant des concepts atomiques,*
2. *pour toute interprétation $\mathcal{I}$, $(nnf(\mathtt{C}))^{\mathcal{I}} = \mathtt{C}^{\mathcal{I}}$.*

- exemple : $\neg\forall \mathtt{parentDe}.\bot$ (. . . il manque une équivalence)

Sémantique : quelques équivalences

équivalences sémantiques :

$$(\neg\neg \mathtt{C})^{\mathcal{I}} = C^{\mathcal{I}}$$
$$(\neg(\mathtt{C} \sqcap \mathtt{D}))^{\mathcal{I}} = (\neg \mathtt{C} \sqcup \neg \mathtt{D})^{\mathcal{I}}$$
$$(\neg(\mathtt{C} \sqcup \mathtt{D}))^{\mathcal{I}} = (\neg \mathtt{C} \sqcap \neg \mathtt{D})^{\mathcal{I}}$$
$$(\neg\forall \mathtt{R}.\mathtt{C})^{\mathcal{I}} = (\exists \mathtt{R}.\neg \mathtt{C})^{\mathcal{I}}$$
$$(\neg\exists \mathtt{R}.\mathtt{C})^{\mathcal{I}} = (\forall \mathtt{R}.\neg \mathtt{C})^{\mathcal{I}}$$

Proposition (forme normale négative)

Tout concept $\mathtt{C}$ *peut être transformé en un concept nnf*$(\mathtt{C})$ *tel que*

1. *dans nnf*$(\mathtt{C})$*, la négation apparaît seulement devant des concepts atomiques,*
2. *pour toute interprétation* $\mathcal{I}$, $(nnf(\mathtt{C}))^{\mathcal{I}} = \mathtt{C}^{\mathcal{I}}$.

- exemple : $\neg\forall\mathtt{parentDe}.\bot$ (. . . il manque une équivalence)

Sémantique : quelques équivalences

équivalences sémantiques :

$$(\neg\neg \mathtt{C})^{\mathcal{I}} = C^{\mathcal{I}}$$

$$(\neg(\mathtt{C} \sqcap \mathtt{D}))^{\mathcal{I}} = (\neg \mathtt{C} \sqcup \neg \mathtt{D})^{\mathcal{I}}$$

$$(\neg(\mathtt{C} \sqcup \mathtt{D}))^{\mathcal{I}} = (\neg \mathtt{C} \sqcap \neg \mathtt{D})^{\mathcal{I}}$$

$$(\neg \forall \mathtt{R}.\mathtt{C})^{\mathcal{I}} = (\exists \mathtt{R}.\neg \mathtt{C})^{\mathcal{I}}$$

$$(\neg \exists \mathtt{R}.\mathtt{C})^{\mathcal{I}} = (\forall \mathtt{R}.\neg \mathtt{C})^{\mathcal{I}}$$

Proposition (forme normale négative)

Tout concept $\mathtt{C}$ *peut être transformé en un concept nnf*$(\mathtt{C})$ *tel que*

1. *dans nnf*$(\mathtt{C})$*, la négation apparaît seulement devant des concepts atomiques,*
2. *pour toute interprétation* $\mathcal{I}$*,* $(nnf(\mathtt{C}))^{\mathcal{I}} = \mathtt{C}^{\mathcal{I}}$*.*

- exemple : $\neg\forall\mathtt{parentDe}.\bot$ (. . . il manque une équivalence)