Le langage ALCN : ALC + restrictions de cardinalité

- ALC plus un nouveau constructeurs de concept : restriction de cardinalité (‘*Number restriction*’)
- grammaire des concepts (‘BNF’) :

  $$\mathtt{C} ::= \mathtt{N_C} \mid \top \mid \bot \mid \neg\mathtt{C} \mid \mathtt{C} \sqcap \mathtt{C} \mid \mathtt{C} \sqcup \mathtt{C} \mid \forall \mathtt{N_R}.\mathtt{C} \mid \exists \mathtt{N_R}.\mathtt{C} \mid \leq n\ \mathtt{N_R} \mid \geq n\ \mathtt{N_R}$$

  où :
  - $\mathtt{N_C} \in$ *NomsConcepts*
  - $\mathtt{N_R} \in$ *NomsRoles*
  - $n \geq 0$ est un entier naturel
- lecture :
  - $\leq n\ \mathtt{R}$ = ‘il y a au plus n R-successeurs’
  - $\geq n\ \mathtt{R}$ = ‘il y a au moins n R-successeurs’
- exercice :
  - définir le concept $=n\ \mathtt{R}$ (‘il y a exactement n R-successeurs’)

Le langage ALCN : ALC + restrictions de cardinalité

- ALC plus un nouveau constructeurs de concept : restriction de cardinalité (‘*Number restriction*’)
- grammaire des concepts (‘BNF’) :

$$\mathtt{C} ::= \mathtt{N_C} \mid \top \mid \bot \mid \neg \mathtt{C} \mid \mathtt{C} \sqcap \mathtt{C} \mid \mathtt{C} \sqcup \mathtt{C} \mid \forall \mathtt{N_R}.\mathtt{C} \mid \exists \mathtt{N_R}.\mathtt{C} \mid \leq n\ \mathtt{N_R} \mid \geq n\ \mathtt{N_R}$$

  où :
  - $\mathtt{N_C} \in$ *NomsConcepts*
  - $\mathtt{N_R} \in$ *NomsRoles*
  - $n \geq 0$ est un entier naturel
- lecture :
  - $\leq n\ \mathtt{R}$ = ‘il y a au plus n $\mathtt{R}$-successeurs’
  - $\geq n\ \mathtt{R}$ = ‘il y a au moins n $\mathtt{R}$-successeurs’
- exercice :
  - définir le concept $=n\ \mathtt{R}$ (‘il y a exactement n $\mathtt{R}$-successeurs’)

ALCN : sémantique

- les mêmes interprétations que dans ALC :
  - $\mathcal{I} = (\Delta^{\mathcal{I}}, .^{\mathcal{I}})$ telle que
    - $\Delta^{\mathcal{I}}$ est un ensemble non-vide (domaine)
    - $(.)^{\mathcal{I}}$: *NomsConcepts* $\longrightarrow 2^{\Delta^{\mathcal{I}}}$ (interprétation des concepts)
    - $(.)^{\mathcal{I}}$: *NomsRoles* $\longrightarrow 2^{\Delta^{\mathcal{I}} \times \Delta^{\mathcal{I}}}$ (interprétation des rôles)
- interprétation des concepts complexes :

$$(\leq n\ \mathrm{R})^{\mathcal{I}} = \left\{a \in \Delta^{\mathcal{I}} \ :\ Card(\{b \in \Delta \ :\ (a,b) \in \mathrm{R}^{\mathcal{I}}\}) \leq n\right\}$$

$$(\geq n\ \mathrm{R})^{\mathcal{I}} = \ldots$$

- strictement plus expressif que ALC :
  les restrictions de cardinalité ne peuvent pas toutes être exprimées dans ALC

  preuve non triviale (utilise la *bisimilation* entre interpretations)

ALCN : exercices

- décrire les concepts suivants :
  1. être une personne avec au moins trois enfants
  2. être une personne avec exactement trois enfants
  3. être un cours avec au plus 15 participants dont tous sont des étudiants de master
     - concepts primitifs : `Cours`, `EtudiantEnMaster`
     - rôle primitif : `aParticipant`
  4. être une grand-mère avec une fille qui a deux fils comme seuls enfants
- étendre la définition de la forme normale négative aux restrictions de cardinalité
- est-ce qu'on peut décrire le concept 'être une mère qui a (au moins) deux fils' ?

ALCQ : restrictions de cardinalité *qualifiées*

- grammaire des concepts ('BNF') :

$$\mathtt{C} ::= \mathtt{N_C} \mid \top \mid \bot \mid \neg \mathtt{C} \mid \mathtt{C} \sqcap \mathtt{C} \mid \mathtt{C} \sqcup \mathtt{C} \mid \leq n\ \mathtt{N_R}.\mathtt{C} \mid \geq n\ \mathtt{N_R}.\mathtt{C}$$

  où $\mathtt{N_C} \in \mathit{NomsConcepts}$, $\mathtt{N_R} \in \mathit{NomsRoles}$, $n \geq 0$
  - $\leq n\ \mathtt{R}.\mathtt{C}$ = 'au plus n $\mathtt{R}$-successeurs sont dans $\mathtt{C}$'
  - $\geq n\ \mathtt{R}.\mathtt{C}$ = 'au moins n $\mathtt{R}$-successeurs sont dans $\mathtt{C}$'
- interprétation :

$$(\leq n\ \mathtt{R}.\mathtt{C})^{\mathcal{I}} = \left\{ a \in \Delta^{\mathcal{I}} : \mathit{Card}(\{b \in \Delta : (a,b) \in \mathtt{R}^{\mathcal{I}} \underline{\text{ et } b \in \mathtt{C}^{\mathcal{I}}}\}) \leq n \right\}$$

$$(\geq n\ \mathtt{R}.\mathtt{C})^{\mathcal{I}} = \ldots$$

- ALCQ est au moins aussi expressif que ALCN :
  - $\leq n\ \mathtt{R} \stackrel{\text{def}}{=} \ldots$
  - $\geq n\ \mathtt{R} \stackrel{\text{def}}{=} \ldots$
  - $\exists \mathtt{R}.\mathtt{C} \stackrel{\text{def}}{=} \ldots$
  - $\forall \mathtt{R}.\mathtt{C} \stackrel{\text{def}}{=} \ldots$
- ALCQ est strictement plus expressif que ALCN
  - il y a des restrictions de cardinalité qualifiées qui ne peuvent pas être exprimées dans ALCN