# Tâches de raisonnement sur les concepts

C est satisfaisable ssi il existe une interprétation $\mathcal{I}$ tel que $C^{\mathcal{I}} \neq \emptyset$

- exemples :
  - $\texttt{Mere} \sqcap \forall \texttt{parentDe}.\bot$ est satisfaisable
  - $\forall \texttt{parentDe}.C \sqcap \exists \texttt{parentDe}.\neg C$ est insatisfaisable
  - $\forall \texttt{parentDe}.C \sqcap \forall \texttt{parentDe}.\neg C$ est satisfaisable (!)
- subsomption de concepts :
  - $C \sqsubseteq D$ ssi $C^{\mathcal{I}} \subseteq D^{\mathcal{I}}$ pour tout interprétation $\mathcal{I}$
  - réductible à un test de satisfaisabilité
    - $C \sqsubseteq D$ ssi $C \sqcap \neg D$ est insatisfaisable
- équivalence :
  - C et D sont équivalents ssi $C^{\mathcal{I}} = D^{\mathcal{I}}$ pour tout interprétation $\mathcal{I}$
  - réductible à deux tests de subsomption
- exclusivité (*disjointness*) :
  - C et D sont disjoints ssi $C^{\mathcal{I}} \cap D^{\mathcal{I}} = \emptyset$ pour tout interprétation $\mathcal{I}$
  - réductible à un test de satisfaisabilité
    - C et D sont disjoints ssi $C \sqcap D$ est insatisfaisable

# Tâches de raisonnement sur les concepts

$\boxed{\texttt{C} \text{ est satisfaisable ssi il existe une interprétation } \mathcal{I} \text{ tel que } \texttt{C}^{\mathcal{I}} \neq \emptyset}$

- exemples :
  - $\texttt{Mere} \sqcap \forall \texttt{parentDe}.\bot$ est satisfaisable
  - $\forall \texttt{parentDe}.\texttt{C} \sqcap \exists \texttt{parentDe}.\neg \texttt{C}$ est insatisfaisable
  - $\forall \texttt{parentDe}.\texttt{C} \sqcap \forall \texttt{parentDe}.\neg \texttt{C}$ est satisfaisable (!)
- subsomption de concepts :
  - $\texttt{C} \sqsubseteq \texttt{D}$ ssi $\texttt{C}^{\mathcal{I}} \subseteq \texttt{D}^{\mathcal{I}}$ pour tout interprétation $\mathcal{I}$
  - réductible à un test de satisfaisabilité
    - $\texttt{C} \sqsubseteq \texttt{D}$ ssi $\texttt{C} \sqcap \neg \texttt{D}$ est insatisfaisable
- équivalence :
  - $\texttt{C}$ et $\texttt{D}$ sont équivalents ssi $\texttt{C}^{\mathcal{I}} = \texttt{D}^{\mathcal{I}}$ pour tout interprétation $\mathcal{I}$
  - réductible à deux tests de subsomption
- exclusivité (*disjointness*) :
  - $\texttt{C}$ et $\texttt{D}$ sont disjoints ssi $\texttt{C}^{\mathcal{I}} \cap \texttt{D}^{\mathcal{I}} = \emptyset$ pour tout interprétation $\mathcal{I}$
  - réductible à un test de satisfaisabilité
    - $\texttt{C}$ et $\texttt{D}$ sont disjoints ssi $\texttt{C} \sqcap \texttt{D}$ est insatisfaisable

# Tâches de raisonnement p.r.à une TBox

$\mathtt{C}$ est satisfaisable p.r.à $\mathcal{T}$ ssi il existe $\mathcal{I}$ tel que $\mathcal{I} \Vdash \mathcal{T}$ et $\mathtt{C}^{\mathcal{I}} \neq \emptyset$

- exemple :
  - $\mathtt{Mere} \sqcap \forall \mathtt{parentDe}.\bot$ est insatisfaisable p.r.à $\mathcal{T}_{gen}$
- subsomption p.r.à $\mathcal{T}$ ...
- équivalence p.r.à $\mathcal{T}$ ...
- exclusivité (*disjointness*) p.r.à $\mathcal{T}$ ...
- classification = calculer toute hiérarchie de subsomption d'une TBox (graphe)

$\Rightarrow$ tout se réduit à des tests de satisfaisabilité p.r.à $\mathcal{T}$

$\Rightarrow$ et si la TBox $\mathcal{T}$ est acyclique alors on peut faire encore plus simple ...

# Tâches de raisonnement p.r.à une TBox

$\boxed{\texttt{C} \text{ est satisfaisable p.r.à } \mathcal{T} \text{ ssi il existe } \mathcal{I} \text{ tel que } \mathcal{I} \Vdash \mathcal{T} \text{ et } \texttt{C}^{\mathcal{I}} \neq \emptyset}$

- exemple :
  - $\texttt{Mere} \sqcap \forall\texttt{parentDe}.\bot$ est insatisfaisable p.r.à $\mathcal{T}_{gen}$
- subsomption p.r.à $\mathcal{T}$ ...
- équivalence p.r.à $\mathcal{T}$ ...
- exclusivité (*disjointness*) p.r.à $\mathcal{T}$ ...
- classification = calculer toute hiérarchie de subsomption d'une TBox (graphe)

$\Rightarrow$ tout se réduit à des tests de satisfaisabilité p.r.à $\mathcal{T}$

$\Rightarrow$ et si la TBox $\mathcal{T}$ est acyclique alors on peut faire encore plus simple ...

# Comment se débarasser d'une TBox acyclique

- $\mathtt{C}^{\mathcal{T}}$ = expansion de $\mathtt{C}$ par $\mathcal{T}$ :
  1. remplacer chaque concept non-primitif $\mathtt{A}_i$ dans $\mathtt{C}$ par la définition de $\mathtt{A}_i$ dans $\mathcal{T}$
  2. itérer jusqu'à ce qu'il n'y a plus de concepts non-primitifs
     $\Rightarrow$ termine car $\mathcal{T}$ est acyclique (*point fixe*)
- $\mathcal{A}^{\mathcal{T}} = \{\mathtt{C}^{\mathcal{T}}(\mathtt{a}) \ : \ \mathtt{C}(\mathtt{a}) \in \mathcal{A}\} \cup \{\mathtt{R}(\mathtt{a},\mathtt{b}) \ : \ \mathtt{R}(\mathtt{a},\mathtt{b}) \in \mathcal{A}\}$
- exercice :

$$\mathcal{T}_{gen} = \{ \begin{array}{rcl} \mathtt{Femme} & \equiv & \mathtt{Personne} \sqcap \mathtt{Feminine}, \\ \mathtt{Homme} & \equiv & \mathtt{Personne} \sqcap \mathtt{Masculin}, \\ \mathtt{Mere} & \equiv & \mathtt{Femme} \sqcap \exists \mathtt{parentDe.Personne}, \\ \mathtt{Pere} & \equiv & \mathtt{Homme} \sqcap \exists \mathtt{parentDe.Personne}, \\ \mathtt{Parent} & \equiv & \mathtt{Mere} \sqcup \mathtt{Pere}, \\ \mathtt{MereSansFille} & \equiv & \mathtt{Mere} \sqcap \forall \mathtt{parentDe.} \neg \mathtt{Femme} \end{array} \}$$

  1. identifier les concepts primitifs
  2. trouver les expansions de tous les concepts non-primitifs
  3. trouver l'expansion de $\mathtt{Mere} \sqcap \forall \mathtt{parentDe.} \bot$

# Comment se débarasser d'une TBox acyclique

- $\mathtt{C}^{\mathcal{T}}$ = expansion de $\mathtt{C}$ par $\mathcal{T}$ :
  1. remplacer chaque concept non-primitif $\mathtt{A}_i$ dans $\mathtt{C}$ par la définition de $\mathtt{A}_i$ dans $\mathcal{T}$
  2. itérer jusqu'à ce qu'il n'y a plus de concepts non-primitifs
     $\Rightarrow$ termine car $\mathcal{T}$ est acyclique (*point fixe*)
- $\mathcal{A}^{\mathcal{T}} = \{\mathtt{C}^{\mathcal{T}}(\mathtt{a}) \;:\; \mathtt{C}(\mathtt{a}) \in \mathcal{A}\} \cup \{\mathtt{R}(\mathtt{a},\mathtt{b}) \;:\; \mathtt{R}(\mathtt{a},\mathtt{b}) \in \mathcal{A}\}$
- exercice :

$$\mathcal{T}_{gen} = \{ \begin{array}{rcl} \mathtt{Femme} & \equiv & \mathtt{Personne} \sqcap \mathtt{Feminine}, \\ \mathtt{Homme} & \equiv & \mathtt{Personne} \sqcap \mathtt{Masculin}, \\ \mathtt{Mere} & \equiv & \mathtt{Femme} \sqcap \exists \mathtt{parentDe.Personne}, \\ \mathtt{Pere} & \equiv & \mathtt{Homme} \sqcap \exists \mathtt{parentDe.Personne}, \\ \mathtt{Parent} & \equiv & \mathtt{Mere} \sqcup \mathtt{Pere}, \\ \mathtt{MereSansFille} & \equiv & \mathtt{Mere} \sqcap \forall \mathtt{parentDe}.\neg \mathtt{Femme} \end{array} \}$$

  1. identifier les concepts primitifs
  2. trouver les expansions de tous les concepts non-primitifs
  3. trouver l'expansion de $\mathtt{Mere} \sqcap \forall \mathtt{parentDe}.\bot$

# Comment se débarasser d'une TBox acyclique (suite)

## Proposition

*Si $\mathcal{T}$ est acyclique alors*
*$\mathtt{C}$ est satisfaisable p.r.à $\mathcal{T}$ ssi*
*$\mathtt{C}^{\mathcal{T}}$ est satisfaisable.*

- exemple : $\mathtt{Mere} \sqcap \forall \mathtt{parentDe}.\bot$ satisfaisable p.r.à $\mathcal{T}_{gen}$ ssi $(\mathtt{Mere} \sqcap \forall \mathtt{parentDe}.\bot)^{\mathcal{T}_{gen}} =$ $\mathtt{Personne} \sqcap \mathtt{Feminine} \sqcap \exists \mathtt{parentDe}.\mathtt{Personne} \sqcap \forall \mathtt{parentDe}.\bot$ est satisfaisable tout court
  ... ce qui n'est pas le cas
- exercice :
  - trouver $\mathcal{T}$ et $\mathtt{A}$ t.q. $\mathtt{A}^{\mathcal{T}}$ est exponentiellement plus long que $\mathcal{T}$

# Tâches de raisonnement p.r.à une ABox

$\boxed{\text{une ABox } \mathcal{A} \text{ est satisfaisable ssi il existe } \mathcal{I} \text{ tel que } \mathcal{I} \Vdash \mathcal{A}}$

- satisfaisabilité p.r.à une TBox :
  - $\mathcal{A}$ satisfaisable p.r.à $\mathcal{T}$ ssi il existe $\mathcal{I}$ tel que $\mathcal{I} \Vdash \mathcal{T}$ et $\mathcal{I} \Vdash \mathcal{A}$
  - si $\mathcal{T}$ est acyclique : $\mathcal{A}$ satisfaisable p.r.à $\mathcal{T}$ ssi $\mathcal{A}^{\mathcal{T}}$ satisfaisable
  - subsume la satisfaisabilité d'un concept
    - $\mathtt{C}$ est satisfaisable ssi $\{\mathtt{C}(\mathtt{a})\}$ est satisfaisable, pour un individu $a$ quelconque
- inférence de propriétés :
  - $\mathcal{T} \cup \mathcal{A} \models \mathtt{C}(\mathtt{a})$ ssi pour tout $\mathcal{I}$, si $\mathcal{I} \Vdash \mathcal{T}$ et $\mathcal{I} \Vdash \mathcal{A}$ alors $\mathcal{I} \Vdash \mathtt{C}(\mathtt{a})$
  - exemple :
    - $\mathcal{T}_{gen} \cup \{\mathtt{GrandMere}(\mathtt{Alice})\} \models \mathtt{Mere}(\mathtt{Alice})$
  - $\mathcal{T} \cup \mathcal{A} \models \mathtt{C}(\mathtt{a})$ ssi $\mathcal{A} \cup \{\neg\mathtt{C}(\mathtt{a})\}$ insatisfaisable p.r.à $\mathcal{T}$
- requête :
  - trouver tous les $a$ tel que $\mathcal{T} \cup \mathcal{A} \models \mathtt{C}(a)$
- réalisation :
  - calculer les noms de concept les plus spécifiques de la TBox pour un individu donné (cf. la classification)
    - Bob est instance de `Personne`, `Masculin`, `Pere`

# Tâches de raisonnement p.r.à une ABox

une ABox $\mathcal{A}$ est satisfaisable ssi il existe $\mathcal{I}$ tel que $\mathcal{I} \Vdash \mathcal{A}$

- satisfaisabilité p.r.à une TBox :
  - $\mathcal{A}$ satisfaisable p.r.à $\mathcal{T}$ ssi il existe $\mathcal{I}$ tel que $\mathcal{I} \Vdash \mathcal{T}$ et $\mathcal{I} \Vdash \mathcal{A}$
  - si $\mathcal{T}$ est acyclique : $\mathcal{A}$ satisfaisable p.r.à $\mathcal{T}$ ssi $\mathcal{A}^{\mathcal{T}}$ satisfaisable
  - subsume la satisfaisabilité d'un concept
    - $\mathtt{C}$ est satisfaisable ssi $\{\mathtt{C}(\mathtt{a})\}$ est satisfaisable, pour un individu *a* quelconque
- inférence de propriétés :
  - $\mathcal{T} \cup \mathcal{A} \models \mathtt{C}(\mathtt{a})$ ssi pour tout $\mathcal{I}$, si $\mathcal{I} \Vdash \mathcal{T}$ et $\mathcal{I} \Vdash \mathcal{A}$ alors $\mathcal{I} \Vdash \mathtt{C}(\mathtt{a})$
  - exemple :
    - $\mathcal{T}_{gen} \cup \{\mathtt{GrandMere}(\mathtt{Alice})\} \models \mathtt{Mere}(\mathtt{Alice})$
  - $\mathcal{T} \cup \mathcal{A} \models \mathtt{C}(\mathtt{a})$ ssi $\mathcal{A} \cup \{\neg\mathtt{C}(\mathtt{a})\}$ insatisfaisable p.r.à $\mathcal{T}$
- requête :
  - trouver tous les *a* tel que $\mathcal{T} \cup \mathcal{A} \models \mathtt{C}(a)$
- réalisation :
  - calculer les noms de concept les plus spécifiques de la TBox pour un individu donné (cf. la classification)
    - `Bob` est instance de `Personne`, `Masculin`, `Pere`