Série d’exercices n° 2

- **<u>Exercice n° 1 :</u>** soit l'ontologie suivante :

$$
\begin{aligned}
Homme &\sqsubseteq Personne \\
Femme &\equiv Personne \sqcap \neg Homme \\
Mère &\equiv Femme \sqcap \exists aEnfant.Personne \\
Père &\equiv Homme \sqcap \exists aEnfant.Personne \\
Parent &\equiv Père \sqcup Mère \\
PèreDeFemmes &\equiv Père \sqcap \forall aEnfant.Femme \\
Époux &\equiv Personne \sqcap = 1 mariéAvec.Personne \\
Célibataire &\equiv Personne \sqcap \forall mariéAvec.\bot \\
& Symetric(mariéAvec) \\
I(Personne) &= \{a,b,c,d,e,f,g,h\} \\
I(Homme) &= \{a,b,c,d\} \\
I(aEnfant) &= \{(a,c),(b,d),(b,e),(c,g)\} \\
I(mariéAvec) &= \{(b,f),(d,e),(e,h)\}
\end{aligned}
$$

- Donner la formule et l'interprétation des autres concepts.

Solutions

- Domaine :

$$\Delta^I = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$$

$$I(Femme) = I(Personne) \cap I(\neg Homme)$$

$$= I(Personne) \cap \Delta^I \setminus I(Homme)$$

$$= \{a, b, c, d, e, f, g, h\} \cap (\{a, b, c, d, e, f, g, h\} \setminus \{a, b, c, d\})$$

$$= \{e, f, g, h\}$$

Solutions

$$I(Mère) = I(Femme) \cap \mathrm{I}(\exists aEnfant.Personne)$$

$$= \{e, f, g, h\} \cap \left\{a \in \Delta^I \mid \exists b \in Personne \wedge (a,b) \in I(aEnfant)\right\}$$

$$= \{e, f, g, h\} \cap \left\{a, b, c\right\} = \varnothing$$

$$I(Père) = I(Homme) \cap \mathrm{I}(\exists aEnfant.Personne)$$

$$= \{a, b, c, d\} \cap \left\{a \in \Delta^I \mid \exists b \in Personne \wedge (a,b) \in I(aEnfant)\right\}$$

$$= \{a, b, c, d\} \cap \left\{a, b, c\right\} = \left\{a, b, c\right\}$$

$$I(Parent) = I(Père) \cup I(Mère) = \left\{a, b, c\right\} \cup \varnothing = \left\{a, b, c\right\}$$

Solutions

$$I(PèreDeFemmes) = I(Père)\ \cap \mathrm{I}(\forall aEnfant.Femme)$$
$$= \{a,b,c\} \cap \left\{a \in \Delta^I \mid \forall (a,b) \in I(aEnfant) \rightarrow b \in Femme\right\}$$
$$= \{a,b,c\} \cap \left\{c\right\} = \left\{c\right\}$$

$$I(Épous) = I(Personne)\ \cap \mathrm{I}(=1mariéAvec.Personne)$$
$$= \{a,b,c,d,e,f,g,h\} \cap \left\{a \in \Delta^I \mid card(b \in \Delta^I \wedge (a,b) \in I(mariéAvec)) = 1\right\}$$
$$= \{a,b,c,d,e,f,g,h\} \cap \left\{b,d,f,h\right\} = \left\{b,d,f,h\right\}$$

$$I(Célibataire) = I(Personne) \cap I(\forall mariéAvec.\perp)$$
$$= \left\{a,b,c,d,f,g,h\right\} \cap \left\{a,c,g\right\} = \left\{a,c,g\right\}$$

Exercice n° 2 : traduire en FOL

$$\text{Personne} \sqcap \exists \text{parentDe}.\exists \text{parentDe}.\text{Masculin}$$

$$\text{Personne} \sqcap \leq 2\ \text{parentDe}$$

Exercice n° 2 : traduire en FOL

$$\phi(Personne \sqcap \exists parentDe.\exists parentDe.Masculin, x) =$$
$$\phi(Personne, x) \wedge \phi(\exists parentDe.\exists parentDe.Masculin, x) =$$
$$Personne(x) \wedge \phi(\exists parentDe.\exists parentDe.Masculin, x) =$$
$$Personne(x) \wedge \exists y(parentDe(x, y) \wedge \phi(\exists parentDe.Masculin, y)) =$$
$$Personne(x) \wedge \exists y(parentDe(x, y) \wedge \exists z(parentDe(y, z) \wedge \phi(Masculin, z))) =$$
$$Personne(x) \wedge \exists y(parentDe(x, y) \wedge \exists z(parentDe(y, z) \wedge Masculin(z))) =$$
$$Personne(x) \wedge \exists y \exists z(parentDe(x, y) \wedge parentDe(y, z) \wedge Masculin(z))$$

$$\phi(Personne \sqcap \leq 2\ parentDe, x) =$$
$$\phi(Personne, x) \wedge \phi(\leq 2\ parentDe, x) =$$
$$Personne(x) \wedge \forall y_1 \forall y_2 \forall y_3 \left(\begin{pmatrix} parentDe(x, y_1) \wedge parentDe(x, y_2) \wedge \\ parentDe(x, y_3) \end{pmatrix} \rightarrow \bigvee_{1 \leq i \neq j \leq 3} y_i = y_j \right)$$

Solution: exercice n°3

$$
\mathcal{T}_{gen} = \{ \begin{array}{rcl}
\mathtt{Femme} & \equiv & \mathtt{Personne} \sqcap \mathtt{Féminine}, \\
\mathtt{Homme} & \equiv & \mathtt{Personne} \sqcap \mathtt{Masculin}, \\
\mathtt{Mère} & \equiv & \mathtt{Femme} \sqcap \exists \mathtt{parentDe.Personne}, \\
\mathtt{Père} & \equiv & \mathtt{Homme} \sqcap \exists \mathtt{parentDe.Personne}, \\
\mathtt{Parent} & \equiv & \mathtt{Mère} \sqcup \mathtt{Père}, \\
\mathtt{MèreSansFille} & \equiv & \mathtt{Mère} \sqcap \forall \mathtt{parentDe}.\neg \mathtt{Femme}
\end{array} \}
$$

Les concepts primitifs sont: Personne, Féminine, Masculin

$$Mère \equiv Femme \sqcap \exists parentDe.Personne \equiv Personne \sqcap Féminine \sqcap \exists parentDe.Personne$$

$$Père \equiv Homme \sqcap \exists parentDe.Personne \equiv Personne \sqcap Masculin \sqcap \exists parentDe.Personne$$

$$Parent \equiv Mère \sqcup Père \equiv$$

$$(Personne \sqcap Féminine \sqcap \exists parentDe.Personne) \sqcup$$

$$(Personne \sqcap Masculin \sqcap \exists parentDe.Personne) \equiv$$

$$Personne \sqcap \exists parentDe.Personne \sqcap (Féminine \sqcup Masculin)$$

$$\textit{MèreSansFille} \equiv \textit{Mère} \sqcap \forall \textit{parentDe}.\neg \textit{Femme} \equiv$$
$$\textit{Personne} \sqcap \textit{Féminine} \sqcap \exists \textit{parentDe}.\textit{Personne} \sqcap \forall \textit{parentDe}.\neg(\textit{Personne} \sqcap \textit{Féminine}) \equiv$$
$$\textit{Personne} \sqcap \textit{Féminine} \sqcap \exists \textit{parentDe}.\textit{Personne} \sqcap \forall \textit{parentDe}.(\neg \textit{Personne} \sqcup \neg \textit{Féminine})$$

$$\textit{Mère} \sqcap \forall \textit{parentDe}.\bot \equiv \textit{Personne} \sqcap \textit{Féminine} \sqcap \exists \textit{parentDe}.\textit{Personne} \sqcap \forall \textit{parentDe}.\bot$$