

Chapitre III.

Les guides d'ondes

Introduction

Une ligne de transmission peut être utilisée pour guider l'énergie électromagnétique d'un point à un autre d'un (générateur) à un autre (une charge). Un guide d'ondes est un autre moyen de réaliser ce but. Cependant, un guide d'ondes diffère d'une ligne de transmission dans plusieurs aspects, malgré que nous regardions les guides comme un cas particulier des lignes. En premier lieu, une ligne de transmission peut supporter seulement une onde transverse électromagnétique (TEM), alors qu'un guide d'ondes peut supporter plusieurs configurations de champ possible. De plus, à des fréquences microondes ($\sim 3 - 300$ GHz), les lignes de transmission deviennent inefficaces du à l'effet de peau et les pertes par diélectrique; les guides d'ondes sont utilisés dans cette gamme de fréquences pour obtenir une large bande et une atténuation moindre du signal. Aussi, une ligne de transmission peut opérer du DC ($f = 0$) à une fréquence très élevée; un guide d'ondes peut opérer seulement au-delà de certaine fréquence appelée fréquence de coupure et par conséquent se comporte comme un filtre passe haut.

Malgré que un guide peut être de n'importe quelle forme mais de section uniforme, les guides d'ondes communs sont de forme rectangulaire et circulaire.

2. Guides d'ondes rectangulaires

Considérons le guide d'onde rectangulaire de la figure 1 ~~et 2~~. Nous allons assumer que le guide est rempli d'un diélectrique sans pertes ($\sigma \approx 0$), sans sources ($\rho_v = 0, \vec{J} = 0$) et ses murs sont des conducteurs parfaits ($\sigma_c \approx \infty$). A partir des eqs. de Max. on peut démontrer que pour un milieu diélectrique sans pertes les équations de Max. pour les phasors du champ deviennent:

$$\nabla^2 \vec{E}_s + k^2 \vec{E}_s = 0 \quad (1)$$

$$\nabla^2 \vec{H}_s + k^2 \vec{H}_s = 0 \quad (2)$$

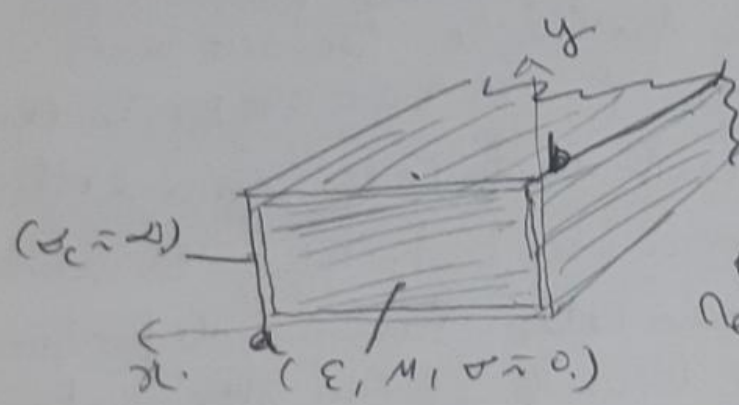


Fig. 2. Guide d'ondes rectangulaire avec des murs conducteurs parfaits, rempli d'un matériau diélectrique sans pertes.

avec $k = \omega \sqrt{\mu \epsilon}$ — (3)

et le facteur temps $e^{j\omega t}$ est assumé.

Si on pose: $\vec{E}_s = (E_{xs}, E_{ys}, E_{zs})$ et $\vec{H}_s = (H_{xs}, H_{ys}, H_{zs})$ les équations (1) et (2) sont divisées en 3 eqs. de Helmholtz scalaires. En d'autres termes, pour obtenir \vec{E} et \vec{H} , on doit solutionner six eqs. scalaires. Pour la composante z , par exemple, (1) devient:

$$\frac{\partial^2 E_{zs}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_{zs}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_{zs}}{\partial z^2} + k^2 E_{zs} = 0 \quad (4)$$

C'est une équation différentielle partielle. L'éq. (4) peut être résolue en séparant les variables. Alors on met:

$$E_{zs}(x, y, z) = X(x) Y(y) Z(z) \quad (5)$$

Substituant l'éq. (5) dans (4) et divisant par $X Y Z$, on aura:

$$\frac{X''}{X} + \frac{Y''}{Y} + \frac{Z''}{Z} = -k^2 \quad (6)$$

Du moment que les variables sont indépendantes, chaque terme dans l'éq. (6) doit être constant, alors l'équation peut être écrite par:

$$-k_x^2 - k_y^2 + \gamma^2 = -k^2 \quad (7)$$

où $-k_x^2$, $-k_y^2$, et γ^2 sont les constantes de séparation. Alors l'éq. (6) se sépare comme:

$$X'' + k_x^2 X = 0 \quad (8a)$$

$$Y'' + k_y^2 Y = 0 \quad (8b)$$

$$Z'' - \gamma^2 Z = 0 \quad (8c)$$

Les solutions de ces équations sont données par:

$$X(x) = C_1 \cos k_x x + C_2 \sin k_x x \quad (9a)$$

$$Y(y) = C_3 \cos k_y y + C_4 \sin k_y y \quad (9b)$$

$$Z(z) = C_5 e^{\gamma z} + C_6 e^{-\gamma z} \quad (9c)$$

Substitutions (9) dans (5) donne:

$$E_{zs}(x, y, z) = (C_1 \cos k_x x + C_2 \sin k_x x) (C_3 \cos k_y y + C_4 \sin k_y y) (C_5 e^{\gamma z} + C_6 e^{-\gamma z}) \quad (10)$$

Si on assume que l'onde se propage le long de l'axe z dans le sens de, la constante $\gamma = 0$, car l'onde doit être finie à l'infini [$i.e. E_{zs}(x, y, z = \infty) = 0$]. Alors (10) devient :

$$E_{zs}(x, y, z) = (A_1 \cos k_x x + A_2 \sin k_x x) (A_3 \cos k_y y + A_4 \sin k_y y) e^{-\gamma z} \quad (11)$$

où $A_1 = C_1 C_0$, $A_2 = C_2 C_0$, et ainsi de suite.

En prenant le même raisonnement, on aura la solution de l'éq. (2) par :

$$H_{zs}(x, y, z) = (B_1 \cos k_x x + B_2 \sin k_x x) (B_3 \cos k_y y + B_4 \sin k_y y) e^{-\gamma z} \quad (12)$$

Au lieu de résoudre les autres eqs. pour les ~~variables~~ quantités de champ E_{xs} , E_{ys} , H_{xs} , et H_{ys} dans (1) et (2), de la même manière, on utilise simplement les eqs. de Max pour les déterminer à partir de E_{zs} et H_{zs} . À partir de,

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}_s = -j\omega \vec{H}_s$$

$$\text{et} \quad \vec{\nabla} \times \vec{H}_s = j\omega \epsilon \vec{E}_s$$

on aura.

$$\frac{\partial E_{zs}}{\partial y} - \frac{\partial E_{ys}}{\partial z} = -j\omega \mu H_{xs} \quad (13a)$$

$$\frac{\partial H_{zs}}{\partial y} - \frac{\partial H_{ys}}{\partial z} = j\omega \epsilon E_{xs} \quad (13b)$$

$$\frac{\partial E_{xs}}{\partial z} - \frac{\partial E_{zs}}{\partial x} = j\omega \mu H_{ys} \quad (13c)$$

$$\frac{\partial H_{xs}}{\partial z} - \frac{\partial H_{zs}}{\partial x} = j\omega \epsilon E_{ys} \quad (13d)$$

$$\frac{\partial E_{ys}}{\partial x} - \frac{\partial E_{xs}}{\partial y} = -j\omega \mu H_{zs} \quad (13e)$$

$$\frac{\partial H_{ys}}{\partial x} - \frac{\partial H_{xs}}{\partial y} = -4 - j\omega \epsilon E_{zs} \quad (13f)$$

On doit maintenant exprimer E_{xs} , E_{ys} , H_{xs} et H_{ys} en fonction de E_{zs} et H_{zs} . Par exemple, en combinant les eqs. (13b) et (13c) on obtient

$$j\omega\epsilon E_{xs} = \frac{\partial H_{zs}}{\partial y} + \frac{1}{j\omega\mu} \left(\frac{\partial^2 E_{xs}}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 E_{zs}}{\partial x \partial z} \right) \quad (14)$$

A partir des eqs. (11) et (12), il se déduit que toutes les composantes des champs varient avec z comme $e^{-\gamma z}$, soit $E_{zs} \sim e^{-\gamma z}$, $E_{xs} \sim e^{-\gamma z}$.

donc: $\frac{\partial E_{zs}}{\partial z} = -\gamma E_{zs}$, $\frac{\partial^2 E_{xs}}{\partial z^2} = \gamma^2 E_{xs}$.

et l'éq. (14) devient

$$j\omega\epsilon E_{xs} = \frac{\partial H_{zs}}{\partial y} + \frac{1}{j\omega\mu} \left(\gamma^2 E_{xs} + \gamma \frac{\partial E_{zs}}{\partial x} \right)$$

ou

$$-\frac{1}{j\omega\mu} (\gamma^2 + \omega^2\mu\epsilon) E_{xs} = \frac{\gamma}{j\omega\mu} \frac{\partial E_{zs}}{\partial x} + \frac{\partial H_{zs}}{\partial y}$$

Alors, si on pose: $h^2 = \gamma^2 + \omega^2\mu\epsilon = \gamma^2 + k^2$,

$$E_{xs} = -\frac{\gamma}{h^2} \frac{\partial E_{zs}}{\partial x} - \frac{j\omega\mu}{h^2} \frac{\partial H_{zs}}{\partial y}$$

Des manipulations similaires de l'éq. (13) donnent des expressions pour E_{ys} , H_{xs} et H_{ys} en fonction de E_{zs} et H_{zs} , alors

$E_{xs} = -\frac{\gamma}{h^2} \frac{\partial E_{zs}}{\partial x} - \frac{j\omega\mu}{h^2} \frac{\partial H_{zs}}{\partial y}$	15a
$E_{ys} = -\frac{\gamma}{h^2} \frac{\partial E_{zs}}{\partial y} - \frac{j\omega\mu}{h^2} \frac{\partial H_{zs}}{\partial x}$	15b
$H_{xs} = \frac{j\omega\epsilon}{h^2} \frac{\partial E_{zs}}{\partial y} - \frac{\gamma}{h^2} \frac{\partial H_{zs}}{\partial x}$	15c
$H_{ys} = \frac{j\omega\epsilon}{h^2} \frac{\partial E_{zs}}{\partial x} - \frac{\gamma}{h^2} \frac{\partial H_{zs}}{\partial y}$	15d

où

$$k^2 = \gamma^2 + k_z^2 = k_z^2 + k_y^2 \quad (16)$$

Alors on peut utiliser (15) en conjonction avec (11) et (12) pour obtenir E_x , E_y , H_x et H_y .

À partir des eqs. (11), (12) et (15), on note qu'il y ait différents types ou configurations de champ possibles. Chaque de ces configurations de champs est appelée mode. Quatre différents catégories de mode peut exister,

1. $E_z = 0 = H_z$ (TEM mode): C'est le mode

Transverse Electromagnétique (TEM), dans lequel.

les champs \vec{E} et \vec{H} sont transverse à la direction de propagation. À partir de l'eq. (15), toutes les composantes du champ s'annulent pour

$E_z = 0 = H_z$. Par conséquent, on conclue

que le guide d'ondes rectangulaire ne supporte pas le mode TEM

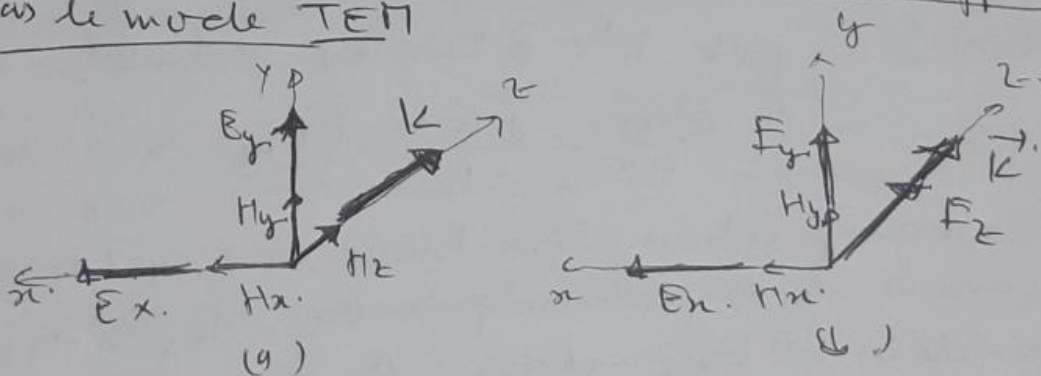


Fig. 2. Composantes des champs EM dans un guide rectangulaire: (a) TE mode $E_z = 0$, (b) TM mode $H_z = 0$

2. $E_z = 0, H_z \neq 0$ (TE modes): Pour ce cas, les composantes restantes (E_x et E_y) du champ électrique sont transverse à la direction de propagation z . Sous cette conditions, les champs sont dit's transverse électrique (TE) ~~en mode~~. Fig. 2(a)

3. $E_{zs} \neq 0, H_{zs} = 0$. (modes TM): Dans ce cas, le champ \vec{H} est transverse à la direction de propagation. Alors on a des modes transverse magnétique (TM). Fig. 2-(b).

4. $E_{zs} \neq 0, H_{zs} \neq 0$ (Modes HE): C'est le cas où ni le champ \vec{E} ni le champ \vec{H} n'est transverse à la direction de propagation. A quelques fois ces modes sont appelés, modes hybrides.

* On note la relation entre k dans l'eq. (3) et β du chapitre précédent (10.434). β est dérivée pour les modes TEM. Pour les modes TEP, $h=0$, alors à partir de l'eq. (16). $\gamma^2 = -k^2 - 1$ $\gamma = \alpha + j\beta = jk$; Soit $\beta = k$. Pour d'autres modes, $\beta \neq k$.

1-2-3. Modes Transverse magnétique (TM)

Pour ce cas, le champ magnétique possède des composantes transverses (ou normales) à la direction de propagation de l'onde. Cela implique que $H_z = 0$, et on doit déterminer E_x, E_y, E_z, H_x et H_y en utilisant les eqs. (11) et (17) et les conditions aux limites. On va trouver E_z et après déterminer les autres composantes à partir de E_z . Sur les murs du guide d'onde, les composantes tangentielles du champ \vec{E} doivent être continues, soit:

$$E_z = 0 \quad \text{en } y = 0 \quad \text{--- (17a)}$$

$$E_z = 0 \quad \text{en } y = b \quad \text{--- (17b)}$$

$$E_z = 0 \quad \text{en } x = 0 \quad \text{--- (17c)}$$

$$E_z = 0 \quad \text{en } x = a. \quad \text{--- (17d)}$$

Les équations (17a) et (17c) implique que $A_1 = 0 = A_3$.
 dans l'eq. (11), alors l'eq. (11) devient

$$E_z = E_0 \cdot \sin k_x x \cdot \sin k_y y \cdot e^{-\gamma z} \quad (18)$$

avec $E_0 = A_2 \cdot A_4$. Aussi les eqs. (17b) et (17d) appliquées à l'éq. (18) implique que:

$$\sin k_x a = 0, \quad \sin k_y b = 0 \quad (19)$$

Ce qui implique.

$$k_x a = m\pi, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (20a)$$

$$k_y b = n\pi, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (20b)$$

ou

$$\boxed{k_x = \frac{m\pi}{a}, \quad k_y = \frac{n\pi}{b}} \quad (21)$$

Les entiers négatifs ne sont pas choisis pour m et n dans l'éq. (20a). Car k^2 reste le même pour les n^{e} positifs ou négatifs. Substituons l'éq. (21) dans (18) \Rightarrow

$$\boxed{E_z = E_0 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-\gamma z}} \quad (22)$$

Nous obtenons d'autres composantes de champs à partir des eqs. (22) et (15), en gardant à l'esprit que $H_z = 0$, ~~est~~ donc.

$$E_x = -\frac{\gamma}{h^2} \left(\frac{m\pi}{a}\right) E_0 \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-\gamma z} \quad (23a)$$

$$E_y = -\frac{\gamma}{h^2} \left(\frac{n\pi}{b}\right) E_0 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-\gamma z} \quad (23b)$$

$$H_x = \frac{j\omega\epsilon}{h^2} \left(\frac{n\pi}{b}\right) E_0 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{\gamma z} \quad (23c)$$

$$H_y = -\frac{j\omega\epsilon}{h^2} \left(\frac{m\pi}{a}\right) E_0 \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{\gamma z} \quad (23d)$$

avec $\boxed{h^2 = k_x^2 + k_y^2 = \left[\frac{m\pi}{a}\right]^2 + \left[\frac{n\pi}{b}\right]^2} \quad (24)$

qui est obtenue à partir de (16) et (21). Notons qu'à partir des eqs. (22) et (23) que chaque ensemble d'entiers m et n donne une configuration différente de champ ou de mode, qu'on se réfère par TM_{mn} dans le guide d'ondes. - ~~8~~

L'entier m = le nombre des variations des demi-cycle dans la direction x , et l'entier n = le nombre de variations de demi-cycle dans la direction y . On note aussi à partir des éqs. (22) et (23) que si $(m, n) = (0, 0), (0, n)$ ou $(m, 0)$, toutes les composantes des champs s'annulent. Alors ni m ni n ne peut être nul. Par conséquent, T_{mn} est l'ordre le plus inférieure de tous les modes T_{mn} .
le mode d'ordre

En substituant l'éq. (21) dans l'éq. (16), on obtient la constante de propagation.

$$\gamma = \sqrt{\left[\frac{m\pi}{a}\right]^2 + \left[\frac{n\pi}{b}\right]^2 - k^2} \quad (25)$$

avec $k = \omega \sqrt{\mu \epsilon}$ comme dans l'éq. (3). On rappelle, qu'en général, $\gamma = \alpha + j\beta$. Dans le cas de l'éq. (25), on a 3 possibilités sur k (ou ω), m , et n :

Cas A (Coupure)

$$\text{Si } k^2 = \omega^2 \mu \epsilon = \left[\frac{m\pi}{a}\right]^2 + \left[\frac{n\pi}{b}\right]^2$$

$$\gamma = 0 \text{ ou } \alpha = 0 = \beta$$

la valeur de ω qui correspond à $\gamma = 0$ est appelé fréquence de coupure angulaire. ω_c : soit

$$\omega_c = \frac{1}{\sqrt{\mu \epsilon}} \sqrt{\left[\frac{m\pi}{a}\right]^2 + \left[\frac{n\pi}{b}\right]^2} \quad (26)$$

Cas B (évanescence)

$$\text{Si } k^2 = \omega^2 \mu \epsilon < \left[\frac{m\pi}{a}\right]^2 + \left[\frac{n\pi}{b}\right]^2$$

$$\gamma = \alpha, \quad \beta = 0$$

Dans ce cas, nous n'avons pas de propagation d'ondes du tout. Ce non propagation ou atténuation de modes sont appelés évanescents.

Cas C (Propagation)

$$\text{Si } k^2 = \omega^2 \mu \epsilon > \left[\frac{m\pi}{a}\right]^2 + \left[\frac{n\pi}{b}\right]^2 \Rightarrow \gamma = j\beta, \quad \alpha = 0$$

Sort à partir de l'eq. (25), la constante de phase devient.

$$\beta = \sqrt{k^2 - \left[\frac{m\pi}{a}\right]^2 - \left[\frac{n\pi}{b}\right]^2} \quad (22)$$

C'est le seul cas où la propagation tient lieu dans le guide, car toutes les composantes du champ ont le facteur $e^{-\gamma z} = e^{-j\beta z}$.

Donc pour chaque mode, caractérisé par un couple d'entiers m et n , il y a une fréquence de coupure correspondante f_c .

La fréquence de coupure est la fréquence d'opération au-dessous de laquelle se produit l'atténuation et au-dessus de laquelle la propagation se fait en pleine

Le guide d'ondes donc, opère comme un filtre passe-haut. La fréquence de coupure se obtient à partir de l'eq. (26) par:

$$f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\left[\frac{m\pi}{a}\right]^2 + \left[\frac{n\pi}{b}\right]^2}$$

ou

$$f_c = \frac{u'}{2} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2} \quad (28)$$

où $u' = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}$ = vitesse de phase d'une onde plane uniforme dans un diélectrique sans pertes ($\sigma = 0, \mu, \epsilon$) qui remplit le guide. La longueur d'onde de coupure λ_c se donne par:

$$\lambda_c = \frac{u'}{f_c}$$

ou

$$\lambda_c = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}} \quad (29)$$

Notons que à partir des eqs. (28) et (29) que le mode TM_{11} possède la fréquence de coupure la plus basse (ou la longueur de coupure la plus longue) de tous les modes TM . La constante de phase β dans (27) peut être écrite en fonction de f_c par:

$$\beta = u \sqrt{\mu\epsilon} \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}$$

ou

$$\beta = \beta' \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} \quad (30)$$

avec $\beta' = \omega / u' = \omega / \sqrt{\mu \epsilon}$ = constante de phase d'une onde plane dans le milieu diélectrique. Il est à noter que γ pour les modes évanescentes peut être exprimée en fonction de f_c , par:

$$\gamma = \alpha = \beta' \sqrt{\left(\frac{f_c}{f}\right)^2 - 1} \quad (30a)$$

La vitesse de phase u_p et la longueur d'onde dans le guide sont, respectivement, données par:

$$u_p = \frac{\omega}{\beta}, \quad \lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{u_p}{f} \quad (31)$$

L'impédance intrinsèque du mode n obtenue à partir de l'éq. (23) comme $(\gamma = \beta)$

$$\begin{aligned} \eta_{TP} &= \frac{E_x}{H_y} = -\frac{E_y}{H_x} \\ &= \frac{\beta}{\omega \epsilon} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} \end{aligned}$$

ou

$$\eta_{TP} = \eta' \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} \quad (32)$$

avec $\eta' = \sqrt{\mu/\epsilon}$ = l'impédance caractéristique de l'onde plane dans le milieu. Notons les différences entre η' , β' , et η et μ , β , et η . Les quantités avec primes sont les caractéristiques de l'onde dans le milieu diélectrique non entouré par le guide (milieu ouvert). Par exemple, u' doit être la vitesse de l'onde. Si le guide est enlevé et l'espace entre β rempli avec le diélectrique. Les quantités sans primes sont les caractéristiques de l'onde du milieu entouré par le guide d'ondes.

Comme mentionné auparavant, les entiers m et n indiquent le nombre de variations du demi-cycle dans la section $x-y$ du guide. Donc pour un temps fixe, la configuration du champ de la Fig. 4. résulte, par exemple, du mode TE_{21} .

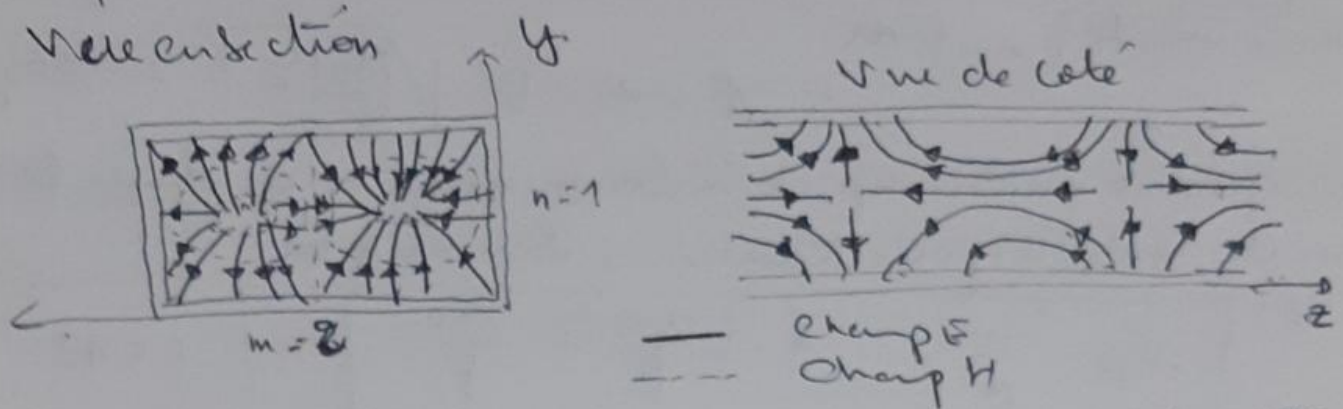


Fig. 4. Configuration de champ pour le mode TE_{21}

4. Modes Transverse électrique (TE)

Dans les modes TE, le champ électrique est transverse (ou normale) à la direction de propagation de l'onde.

On pose $E_z = 0$ et on détermine E_x, E_y, H_x, H_y et H_z à partir des éqs. (12) et (15) et des conditions aux limites, comme on l'a fait pour les modes TM.

Les conditions aux limites sont obtenues à partir du fait que les composantes tangentes du champ électrique doivent être continues sur les murs du guide d'ondes, soit

$$E_x = 0 \text{ en } y = 0 \quad \text{--- (33a)}$$

$$E_x = 0 \text{ en } y = b \quad \text{--- (33b)}$$

$$E_y = 0 \text{ en } x = 0 \quad \text{--- (33c)}$$

$$E_y = 0 \text{ en } x = a \quad \text{--- (33d)}$$

À partir des éqs. (15) et (33), les conditions aux limites peuvent être écrites par.

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} = 0 \text{ en } y = 0 \text{ ————— (34a)}$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} = 0 \text{ en } y = b \text{ ————— (34b)}$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial x} = 0 \text{ en } x = 0 \text{ ————— (34c)}$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial x} = 0 \text{ en } x = a \text{ ————— (34d)}$$

En imposant ces conditions aux limites sur l'éq. (12),
On aura :

$$H_z = H_0 \cdot \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-\gamma z} \text{ — (35)}$$

avec $H_0 = B_1 B_3$. Les autres composantes sont facilement
obtenues à partir des éqs. (35) et (15) par :

$$E_x = \frac{j\omega\mu}{h^2} \left(\frac{n\pi}{b}\right) H_0 \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-\gamma z} \text{ — (36a)}$$

$$E_y = -\frac{j\omega\mu}{h^2} \left(\frac{m\pi}{a}\right) H_0 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-\gamma z} \text{ — (36b)}$$

$$H_x = \frac{\gamma}{h^2} \left(\frac{m\pi}{a}\right) H_0 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-\gamma z} \text{ — (36c)}$$

$$H_y = \frac{\gamma}{h^2} \left(\frac{n\pi}{b}\right) H_0 \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-\gamma z} \text{ — (36d)}$$

avec : $m = 0, 1, 2, 3, \dots$; et $n = 0, 1, 2, 3, \dots$; h et γ restent
comme ont été définies pour les modes TEM. Une autre
fois m et n désignent les ^{nombre de} variations des demi-cycles dans
la section $x-y$ du guide.

La fréquence de coupure f_c , la longueur d'onde
de coupure λ_c , la constante de phase β , la vitesse
de phase v_p et la longueur d'onde λ pour les modes
TE sont les mêmes que pour les modes TEM [voir
les éqs. (28) à l'éq. (31)].

Pour les modes TE, (m, n) peut être $(0, 1)$ ou $(1, 0)$
mais pas $(0, 0)$. m et n ne doivent pas être nuls simultanément

Cela implique l'évanescence des composantes du champ dans l'éq. (36). Cela implique que le mode le plus inférieure peut être TE₁₀ ou TE₀₁ selon les valeurs de a et b. Il est standard.

d'avoir a > b tel que $1/a^2 < 1/b^2$ dans l'éq. (28).
Donc TE₁₀ est le 1^{er} mode. Car $f_{TE_{10}} = \frac{u'}{2a} < f_{TE_{01}} = \frac{u'}{2b}$

Ce mode est appelé le mode dominant du guide d'onde et il est d'une importance pratique. La fréquence de coupure du mode TE₁₀ est obtenue à partir de l'éq. (28) pour (m=1, n=0)

$$f_{c10} = \frac{u'}{2a} \quad (37)$$

et la longueur d'onde de coupure pour le mode TE₁₀ est obtenue à partir de l'éq. (29) par.

$$\lambda_{c10} = 2a \quad (38)$$

Notons que à partir de l'éq. (28), la fréquence de coupure du mode TM₁₁ est.

$$u' \sqrt{a^2 + b^2} / 2$$

qui est plus grande que la fréquence de coupure pour le mode TE₁₀. Donc, TM₁₁ ne peut pas être regardé comme le mode dominant.

Le mode dominant est le mode qui possède la plus basse fréquence de coupure. (ou la plus grande longueur d'onde de coupure)

Notons aussi que n'importe quel onde TM avec une fréquence $f < f_{c10}$ (ou $\lambda > \lambda_{c10}$) ne peut se propager dans le guide.

L'impédance intrinsèque pour le mode TE ~~est~~ n'est pas la même que pour les modes TM. À partir de l'éq. (36), il est évident que $\gamma = \beta$

$$\eta_{TE} = \frac{E_x}{H_y} = - \frac{E_y}{H_x} = \frac{u}{\beta}$$

$$= \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \left[\frac{fc}{f}\right]^2}}$$

ou

$$\eta_{TE} = \frac{\eta'}{\sqrt{1 - \left[\frac{fc}{f}\right]^2}} \quad (39)$$

Notons que à partir des eqs. (32) et (34) que η_{TE} et η_{TM} sont purement résistive et qu'elles varient avec la fréquence comme montré dans le fig. 5. Notons aussi que:

$$\eta_{TE} \cdot \eta_{TM} = \eta'^2 \quad (40)$$

Des équations importantes pour les modes TM et TE sont listées dans le Tableau 1 pour la convenance, et une référence rapide.

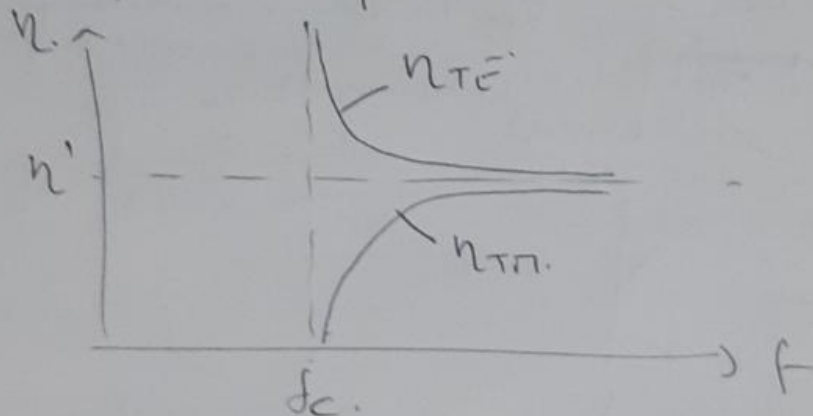


Fig. 5. Variation de l'impédance d'ondes avec la fréquence pour les modes TE et TM.

(Table 12) Tableau 1. Equations importantes pour les modes TM et TE

A partir des eqs. (22), (23), (35) et (36), on obtient les diagrammes du champ pour les modes TE_{10} et TE_{01} .

Pour le mode dominant TE_{10} , mode, $m=1$ et $n=0$, alors l'eq. (35) devient.

$$H_z = H_0 \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-j\beta z} \quad (41)$$

Dans le domaine temporel

$$H_z = \text{Re}(H_z e^{j\omega t})$$

on

$$H_z = H_0 \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cos(\omega t - \beta z) \quad (42)$$

Similairement, à partir de l'eq (36),

$$E_y = \frac{\omega \mu_0}{\pi} H_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \sin(\omega t - \beta z) \quad (43a)$$

$$H_x = -\frac{\beta_0}{\pi} H_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \sin(\omega t - \beta z) \quad (43b)$$

$$E_x = E_z = H_y = 0 \quad (43c)$$

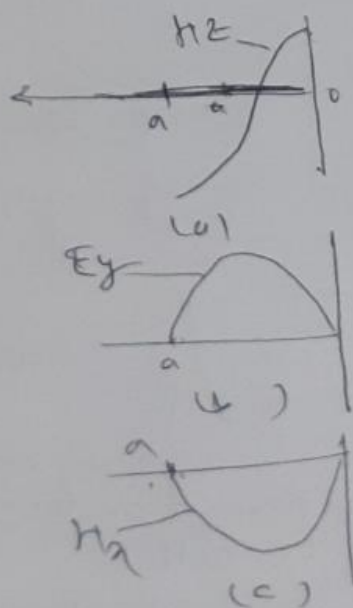


Fig. 6. Variation des composantes du champ avec x pour le mode TE_{10} .