المحاضرة الثالثة عشر: المعالجة الاحصائية لمقاييس المسافات المتساوية والنسبة(اختبار الفروق بين المتوسطات *t* student (الجزء الأول).

تمهيد:

يعتبر اختبار *t* student من الاختبارات الاحصائية الاستدلالية البارامترية، ويستخدم للتعرف على ما اذا كان الفرق بين متوسطين جوهريا ام لا.

يرجع هذا الاختبار الاحصائي إلى العالم البريطاني William Gosset الذي اكتشفه سنة 1908 ولم يشأ ذكر اسمه فنشره بإمضاء "student" أي "طالب" كبديل مستعار لاسمه

شروط تطبيق اختبار « t–student »

- اختيار العينتين يكون بطريقة عشوائية
- أن تكون المفردات مستقلة عن بعضها البعض؛ بمعنى أن اختيار إحدى المفردات لا يمنع من اختيار أي مفردة أخرى.
- أن يكون هناك تجانس بين العينات ويقصد هنا بالتجانس مدى التفاوت بين تباين أي عينتين ويقاس هذا المدى بقسمة التباين الأكبر على التباين الأصغر.
- البيانات كمية (مستوى القياس مسافات متساوية أو نسبة)
- أن يكون توزيع البيانات اعتداليا.
- يستخدم هذا الاختبار في التصميم التجريبي لأنه يبين أثر المتغير المستقل على المتغير التابع.

1– اختبار *t* لعينتين مترابطتين:

الغرض منه هو اختبار فرضية صفرية حول متوسطي عينة واحدة، ويستخدم:

- عندما تكون لدى الباحث مجموعة من الأفراد يلاحظهما في وضعيتين مختلفتين.
- أو في حالة عينة واحدة يطبق عليها قياسا قبليا وقياسا بعديا.
  - و المعادلة المستخدمة في هذه الحالة تعطى كاالتالي:

$$t = \left|\frac{\bar{d}}{s\bar{d}}\right|$$

حيث: $\bar{d}$: متوسط الفرق بين درجات أفراد العينة في الحالة الأولى والثانية، وتحسب بالعلاقة التالية:

$$\bar{d} = \frac{\sum d}{n}$$

حيث:

d هو الفرق بين الدرجات

n يمثل عدد أفراد العينة

$s\bar{d}$: الخطأ المعياري للفروق

نحسب $s\bar{d}$ كما يلي:

$$s\bar{d} = \frac{sd}{\sqrt{n}}$$

Sd: الانحراف المعياري لتوزيع الفروق

حيث:
$$sd = \sqrt{\frac{\mathrm{n}(\sum \mathrm{d}^2)-(\sum \mathrm{d})^2}{\mathrm{n}(\mathrm{n}-1)}}$$

- **تمرين**: أراد باحث تجريب فعالية دواء لمعالجة حالة الاكتئاب الحاد، فاختار عينة من 6 أفراد مكتئبين، وقاس درجة الاكتئاب لديهم قبل تجريب الدواء، ثم قاسها بعد تناولهم للدواء بمدة معينة، وافترض أنه لا يوجد اختلاف في درجة الاكتئاب سواء قبل تناول الدواء أو بعده. وهذه بيانات القياسين:

الأفراد	1	2	3	4	5	6	Σ
قبل	7	5	4	6	7	8	
بعد	9	4	8	8	10	10	

−12	−2	−3	−2	−4	1	−2	d
38	4	9	4	16	1	4	d^2

- $\bar{d} = \frac{-12}{6} = -2$
- $sd = \sqrt{\frac{6*38-144}{30}} = 1.67$
- $s\bar{d} = \frac{1.67}{\sqrt{6}} = 0.68$
- $t = \frac{-2}{0.68} = 2.94$

- **الدلالة الإحصائية لمعامل t:**

عند: • $ddl = n - 1 = 5$

و: • $\alpha = 0.05$

فإننا نلاحظ أن قيمة "ت" الجدولية (2.571) أصغر من قيمة "ت" المحسوبة (2.94)، وبالتالي نرفض H_o وعليه الفرق دال إحصائيا.

2- اختبار t لعينتين مستقلتين ومتساويتين في الحجم: ($n1 = n2$)

نشير في البداية إلى أن اختبار "t" لا يستطيع أن يفحص الدلالة الإحصائية للفروق لأكثر من عينتين، هناك اختبارات إحصائية بارامترية أخرى تمكن من ذلك لعل أشهرها هو اختبار تحليل التباينF . ففي حالة العينتين المستقلتين، فإن معادلة اختبار "t" تصبح:

$$t = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|}{\sqrt{\frac{s^2{}_1 + s^2{}_2}{n-1}}}$$

حيث: يمثل $\bar{x}_1 \; et \bar{x}_2$ المتوسطين الحسابيين للعينة الأولى والثانية.

و: $s^2{}_1$ et $s_2{}^2$ تبايني العينة الأولى والثانية، والذي يحسب عن طريق:

$$s^2 = \frac{\sum(x-m)^2}{n-1}$$

- **مثال:** في اختبار لقياس التفكير الابتكاري لدى عينتين تتكون كل واحدة منهما من 15 متربصا من متربصي التكوين المهني، افترض باحث أنه لا توجد فروق دالة بين الذكور والإناث فيما يخص هذا المتغير، وهذا حسب البيانات التالية المتحصل عليها:

الإناث	الذكور
$n_1 = 15$	$n_2 = 15$
$m_1 = 23.63$	$m_2 = 15.81$
$s^2_1 = 3.62$	$s^2_2 = 2.62$

وبالتعويض في المعادلة السابقة، نحصل على: $t = 6.55$

- **الدلالة الإحصائية:** تتم مقارنة قيمة "ت" المحسوبة بنظيرتها الجدولية عند:

- $ddl = n_1 + n_2 - 2 = 29$
- $\alpha = 0.05$

فنلاحظ أن قيمة "ت" المحسوبة (6.55) أكبر من قيمة "ت" الجدولية (2.46) وعليه نرفض الفرضية الصفرية، والفرق دال ولصالح عينة الإناث التي كان متوسط نتائجها أعلى.

المحاضرة الرابعة عشر: المعالجة الاحصائية لمقاييس المسافات المتساوية والنسبة(اختبار الفروق بين المتوسطات t student (الجزء الثاني).

تمهيد:

ذكرنا في المحاضرة السابقة أن من شروط تطبيق اختبار الدلالة الإحصائية للفروق "T" هو تجانس العينتين محل المقارنة؛ ويتعلق الأمر بمراقبة ذلك من خلال تحديد التفاوت بين تباينيهما من خلال قسمة التباين ذو القيمة الأكبر لأحدى العينتين على التباين الأصغر قيمة.

ولكن لا يستطيع الباحث أن يضمن في كل مرة تساوي تبايني عينتيه. تجدر الإشارة إلى أنه يلجأ إلى مثل هذا الإجراء خاصة في حالة العينتين المستقلتين وغير المتساويتين في الحجم.

سوف نتعرف من خلال أمثلة تطبيقية على هذه المسألة بحيث يحدث تعديل على مستوى طريقة حساب قيمة "ت" في حالة التجانس وفي حالة عدم التجانس.

1-اختبار *t* لعينتين مستقلتين وغير متساويتين في الحجم بتباينين متجانسين:

عندما يتعلق الأمر بفحص الفرضية الصفرية القائلة بعدم وجود دلالة إحصائية للفروق الملاحظة بين متوسطي عينتين مستقلتين وغير متساويتين في الحجم، فإنه يلجأ إلى تطبيق الصيغة التالية من اختبار "ت":

- معادلة الاختبار:

$$t = \frac{|m_1 - m_2|}{\sqrt{\frac{(n_1-1){s^2}_1 + (n_2-1){s^2}_2}{n_1+n_2-2}\left[\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right]}}$$

حيث يشير كل من ${s^2}_1$ و${s^2}_2$ إلى تبايني العينة الأولى والثانية، والذي يمكن حسابه عن طريق المعادلة:

$$s^2 = \frac{\Sigma(x-m)^2}{n-1}$$

- **مثال:** افترض باحث أنه لا يوجد اختلاف بين الطلبة والطالبات فيما يخص التحصيل في مقياس الاحصاء. وقد تحصل على البيانات الاتية:

الطلبة	الطالبات
$n_1 = 5$	$n_2 = 4$
$m = 10.9625$	$m = 10.7667$
$S^2 = 3.239$	$S^2 = 3.073$

- نلاحظ من المثال أن:($n_1 > n_2$) وبالتالي لا بد من حساب التجانس عن طريق اختبار *fisher* ومقارنة القيمة المحسوبة بنظيرتها الجدولية، كما يلي:

1- $f = \frac{3.239}{3.073} = 1.05$

2- $ddl_1\ (3.239) = n_1 - 1 = 4$

3- $ddl_2\ (3.073) = n_2 - 1 = 3$

4- وباستخدام الجداول الفائية (tables de *f* de Snedecor) نكشف عند درجات الحرية للتباين الكبير (ما يقابل البسط في الجدول) وكذا درجات الحرية للتباين الصغير (ونضعها في المقام بالجدول)، فنلاحظ أن $f = 9.12$ si $\alpha = 0.05$.

5- ومن ثم نستنتج أنه بما أن: $f$calculée $(1.05) < f$tabulée (9.12) فإن العينتين متجانستين.

6- بالتعويض الآن في معادلة "t" السابقة، نجد أن: $t = 0.16$

7- وللحكم على الفرضية الصفرية، نقارن قيمة "t" المحسوبة (0.16) بنظيرتها الجدولية عند: $\alpha =$ 0.05 و $ddl = n_1 + n_2 - 2 = 7$ والمقدرة بـ 2.36، وبما أنها أكبر من المحسوبة فإننا نقبل H_o; وبالتالي التحصيل في مقياس الاحصاء لايتأثر بجنس الطالب.

2- اختبار *t* لعينتين مستقلتين وغير متساويتين في الحجم وغير متجانستين:

بنفس الطريقة السابقة في حساب f يمكن للباحث أن يستنتج أن العينتين محل المقارنة ليستا متجانستين (f calculée > f tabulée) ، ففي هذه الحالة يطبق المعادلة التالية:

$$t = \frac{|x_1 - x_2|}{\sqrt{\frac{s^2{}_1}{n_1}} + \sqrt{\frac{s^2{}_2}{n_2}}}$$

حيث: يمثل m_1 et m_2 المتوسطين الحسابيين للعينة الأولى والثانية.

و : $s^2{}_1$ et $s_2{}^2$ تبايني العينة الأولى والثانية، والذي يحسب دائما عن طريق:

$$s^2 = \frac{\sum(x - m)^2}{n - 1}$$

- **مثال:** افترض باحث أنه لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين طلبة علم النفس العمل وطلبة علم النفس العيادي فيما يخص التحصيل في مقياس الإحصاء. ولنفرض أنه تحصل على البيانات التالية:

طلبة علم النفس العمل	طلبة علم النفس العيادي
$n_1 = 10$	$n_2 = 20$
$m_1 = 20.6$	$m_2 = 16$
$S^2{}_1 = 28.42$	$S^2{}_2 = 6.72$

وعليه، سنتحصل على النتائج التالية:

1− $f = \frac{28.42}{6.72} = 4.23$

2− $ddl_1 = 9$ et $ddl_2 = 19$

3− f tabulée = 2.42

4− f calculée (4.23) > f tabulée (2.42) فالعينتان غير متجانستان

ومنه: $t = 2.58$

- الدلالة الإحصائية:

في هذه الحالة (حالة عدم تجانس العينات)، وباستخدام جدول القيم الحرجة لاختبار "ت"، نستخرج كل من: قيمة t_1 للعينة الأولى وقيمة t_2 للعينة الثانية عند درجات الحرية على التوالي: 9 و 19 ($ddl_1=n_1-1$ et $ddl_2=n_2-1$) وعند $\alpha=0.05$ في اختبار الطرفين (بما أننا نتحدث عن H_0)، سنتحصل على:

$t_1 = 2.262$

$t_2 = 2.539$

ثم نطبق المعادلة التالية:

$$t` = \frac{t_1\left[\frac{s^2{}_1}{n_1}\right] + t_2\left[\frac{s^2{}_2}{n_2}\right]}{\frac{s^2{}_1}{n_1} + \frac{s^2{}_2}{n_2}}$$

وبعد إجراء العملية الحسابية، نتحصل على: $t = 2.29$

ومن ثم نستنتج أنه بما أن: $t\ (2.58) > t`\ (2.29)$ فإننا نرفض الفرضية الصفرية والفرق دال لصالح طلبة علم النفس االعمل ح.