• المحاضرة التاسعة: الارتباط بين متغيرين كميين (معامل الارتباط بيرسونrp)

يعتبر معامل الارتباط برافيس بيرسون Bravis pearson والذي يرمز له بالرمز"rp" أحد الاختبارات الاحصائية البارامترية، ومن اكثر معاملات الارتباط استعمالا وهذا عندما تكون بيانات كلا المتغيرين كمية أي من مستوى قياس مسافات متساوية او نسبة مثل: العلاقة بين متغير الاقدمية في العمل ومتغير الدخل أو العلاقة بين الاجر والاداء في العمل.

شروط تطبيق rp

- بيانات كلا المتغيرين كمية (مستوى القياس مسافات متساوي أو نسبة)
- التوزيع الاعتدالي لبيانات كلا المتغيرين
- أن لا يقل حجم العينة عن 50 فردا (لضمان اقتراب توزيع البيانات من الاعتدالية)
- أن تكون العلاقة بين المتغيرين (x) و (y) خطية أي: كل زيادة في المتغيرx تصحبها زيادة في المتغير y أو أن كل تناقص في المتغير x يصاحبه تناقص في المتغير y ، أو أن الزيادة في المتغير x تصاحبه نقصا في المتغير y أو التناقص في المتغير xتصحبه زيادة في المتغير y

للتأكد من خطية العلاقة نقوم برسم لوحة الانتشار حيث يتم تمثيل احد المتغيرين على المحور الافقي (x) وقيم المتغير الاخر على المحور العمودي (y) حيث يتم تمثيل كل زوج من القيم المتناظرة بنقطة واحدة في المستوى.

طرق حساب معاملrp

هناك ثلاثة طرق لحساب معامل الارتباط بيرسون:

- من خلال الدرجات الخام.
- من خلال الدرجات المعيارية.
- من خلال الانحرافات المعيارية.

1-حساب معامل بيرسون باستخدام الدرجات الخام:

- معادلة معامل بيرسون:

$$rp = \frac{n\ \sum(x.y) - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{[n\ \sum x^2 - (\sum x)^2][n\ \sum y^2 - (\Sigma\, y)^2]}}$$

حيث: rp = رمز معامل الارتباط

n = حجم العينة

x et y = المتغيران

تمارين

البيانات التالية تمثل عدد مرات التغيب (x) عن العمل والاداء (y) لدى عينة من 10 عمال.

xy	y²	x²	y	X	n
30	9	100	3	10	1
12	144	1	12	1	2
15	1	225	1	15	3
32	64	16	8	4	4
21	49	9	7	3	5
20	100	4	10	2	6
15	225	1	15	1	7
36	36	36	6	6	8
30	4	225	2	15	9
28	361	4	19	2	10
249	993	621	83	59	Σ

وبالتعويض في المعادلة السابقة نحصل على:

$$r = \frac{10\,(249) - (59)(83)}{\sqrt{[10\,(621) - (59)^2][10\,(993) - \,(83)^2}}$$

$$r = -0.83$$

فالعلاقة بين المتغيرين قوية وعكسية سالبة، أي أنه كلما زاد التغيب عن العمل انخفض مستوى الاداء والعكس صحيح.

الدلالة الإحصائية لمعامل بيرسو lkmlmن:

بالرجوع إلى جدول القيم الحرجة لمعامل الارتباط بيرسون (انظر الملحق المرفق)، وعند درجة الحرية ddl=n – 2 حيث n هو حجم العينة (وبالتالي: 8 = ddl) وعند مستوى الدلالة 05. = α مثلا، نجد أن قيمته تقدر بـ 0.632 وعليه نقبل الفرضية الصفرية التي تنص على عدم وجود ارتباط دال بين التغيب والأداء في العمل.

حساب معامل بيرسون باستخدام الدرجات المعيارية:

يمكن أيضا حساب معامل ارتباط بيرسون بتحويل القيم المتحصل عليها إلى قيم معيارية z، ويتم حساب الارتباط باستخدام الدرجات المعيارية وفق المعادلة التالية:

$$r = \frac{\Sigma\,[(z\,x)(z\,y)]}{n}$$

حيث: zx = القيم المعيارية للمتغير الأول، zy = القيم المعيارية للمتغير الثاني، n = حجم العينة.

مثال: الجدول الموالي يشمل القيم المعيارية لمجموعة من التلاميذ في مادتي الرياضيات (x) والفيزياء (y).

n	Zx	zy	(zx)(zy)
1	0.50	0.20	0.1
2	0.60	0.40	0.24
3	00	00	00
4	1.20	1.20	1.44
5	-0.80	-0.70	0.56
Σ			2.34

وبالتعويض في المعادلة السابقة نحصل على:

$$r = 0.47$$

فالارتباط بين نتائج التلاميذ في مادتي الرياضيات والفيزياء وإن كان موجبا فهو ضعيف.

معامل كاندال لفحص الدلالة الإحصائية لمعامل بيرسون:

يشير بعض الباحثين (صلاح الدين محمود علام 1993 ص149) أنه عندما يكون حجم العينة أقل من 50 فردا ويستعمل الباحث معامل الارتباط بيرسون، فيمكنه اختبار الدلالة الإحصائية لمعامل بيرسون باستخدام معادلة كاندال التالية:

$$t = r\frac{\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-(r)^2}}$$

مثال: إذا حسب باحث معامل الارتباط بين درجات عينة من 32 تلميذا في كل من مادتي الرياضيات والفيزياء، ووجد أن قيمة المعامل 0.70، فيمكنه اختبار دلالتها بالتعويض في المعادلة السابقة، فيجد أن:
t= 7.72

وبالرجوع إلى جدول القيم النظرية لـ t (أنظر الملاحق)، نقرأ أنه عند مستوى الدلالة 0.01 في اختبار الطرف الواحد وعند درجة الحرية 30، فإن قيمة t الجدولية 2.45 وهي أصغر من المحسوبة (7.72) وبالتالي فإن الارتباط بين درجات هؤلاء التلاميذ في مادتي الرياضيات والفيزياء دال.