

## Chapitre 1

## PROPRIÉTÉS PHYSIQUES DES FLUIDES

## I.1. Définition et propriétés d'un fluide :

On appelle fluide un corps qui n'a pas de forme propre et qui est facilement déformable. Les liquides et les gaz sont des fluides, ainsi que des corps plus complexes tels que les polymères ou les fluides alimentaires. Un fluide peut s'écouler librement par suite du peu d'adhérence entre elles des molécules qui le composent. Cette propriété que l'on appelle fluidité est due à une grande mobilité des particules fluides. On distingue les liquides et les gaz.

Les liquides sont : considérés comme incompressibles, occupent un volume déterminé et adoptent la forme du récipient où ils sont versés, produisent une surface libre en contact avec l'air ;

Les gaz sont : très compressibles, n'ont pas de forme et occupent le volume maximum qui lui est offert, et ne produisent aucune surface libre.

## - Système d'unités :

Les unités de mesure utilisées dans ces chapitres sont celles du système international (SI). Les unités principales de ce système sont rassemblées dans le tableau suivant :

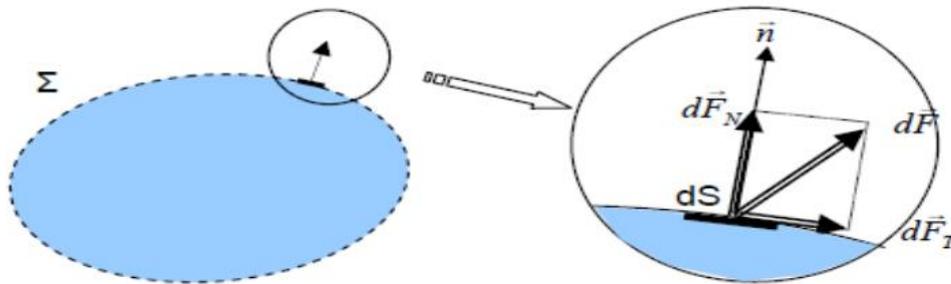
Tableau I.1 : Principales unités dans le système international (SI)

Grandeur physique	Symbole	Dimension	Unité
La longueur	L ou <i>l</i>	L	m : mètre
Le temps	t	T	s: seconde
La masse	m	M	Kg : kilogramme
La température	T	t	°C : degré celcius
La vitesse	<i>v</i>	LT <sup>-1</sup>	m/s
L'accélération	a	LT <sup>-2</sup>	m/s <sup>2</sup>
La force	F	MLT <sup>-2</sup>	N
La masse volumique	$\rho$	MT <sup>-3</sup>	Kg/m <sup>3</sup>
Le poids volumique	$\gamma$	ML <sup>-2</sup> T <sup>-2</sup>	N/m <sup>3</sup>
La pression	P	ML <sup>-1</sup> T <sup>-2</sup>	N/m <sup>2</sup> = Pa
La viscosité cinématique	$\nu$	L <sup>2</sup> T <sup>-1</sup>	m <sup>2</sup> /s
La viscosité dynamique	$\mu$	ML <sup>-1</sup> T <sup>-1</sup>	Kg/m.s = Pa.s
Le débit volumique	<i>Q</i>	L <sup>3</sup> T <sup>-1</sup>	m <sup>3</sup> /s
La contrainte de cisaillement	$\tau$	ML <sup>-1</sup> T <sup>-2</sup>	N/m <sup>2</sup> = Pa
La puissance	W	ML <sup>2</sup> T <sup>-3</sup>	Watt
L'énergie	E	ML <sup>2</sup> T <sup>-2</sup>	J

## I.1.1. Fluide parfait et fluide réel :

En mécanique des fluides, un fluide est dit parfait s'il est possible de décrire son mouvement sans prendre en compte les effets de frottement. C'est à dire quand la composante  $d\vec{F}_r$  est nulle. Un fluide parfait est un modèle pour simplifier les calculs, pratiquement inexistant dans la nature.

Considérons  $d\vec{F}$  la force d'interaction au niveau de la surface élémentaire dS de normale  $\vec{n}$  entre le fluide et le milieu extérieur.



**Figure 1.1** : Les forces agissant sur une surface élémentaire d'un fluide

- La composante tangentielle à  $dS$  est  $d\vec{F}_T$
- La composante normale à  $dS$  est  $d\vec{F}_N$

Pour un **Fluide réel** les forces tangentielles de frottement interne qui s'opposent au glissement relatif des couches fluides sont prises en considération. Ce phénomène de frottement visqueux apparaît lors du mouvement du fluide.

C'est uniquement au repos, qu'on admettra que le **fluide réel** se comporte comme un **fluide parfait**, et on suppose que les forces de contact sont perpendiculaires aux éléments de surface sur lesquels elles s'exercent. La statique des fluides réels se confond avec la statique des fluides parfaits.

#### I.1.1.1. Caractéristiques physiques des fluides :

Tous les fluides possèdent des caractéristiques permettant de décrire leurs conditions physiques dans un état donné. Parmi ces caractéristiques qu'on appelle propriétés des fluides on a :

- 1) La compressibilité ;
- 2) La masse volumique et densité ;
- 3) Le poids volumique ;
- 4) Le volume massique ;
- 5) La viscosité.

1) La compressibilité : C'est la facilité d'un liquide de pouvoir changer de volume sous l'action d'une pression. Elle est définie par le coefficient de compressibilité  $\beta_V$  qui est la variation relative du volume rapporté à l'unité de pression. Les gaz sont des fluides compressibles. Par exemple, l'air, l'hydrogène, le méthane à l'état gazeux, sont considérés comme des fluides compressibles.

L'augmentation de pression ( $dP$ ) entraîne une diminution de volume ( $dV$ ).

$$\beta_V = -\frac{\left(\frac{dV}{V}\right)}{dP} = -\frac{dV}{dPV} \quad (Pa^{-1}), (m^2/N) \quad (I.1)$$

Le signe (-) dans la relation est lié à ce qu'un accroissement de pression (P) correspond à une diminution de volume (V).

$\beta_V$ : Coefficient de compressibilité ( $m^2/N$ )

V: Volume de fluide ( $m^3$ )

$dV$ : Variation de volume ( $m^3$ )

$dP$ : Variation de pression ( $N/m^2$ )

En vertu de la relation  $\rho = (M/V)$ , on a :

$$\frac{d\rho}{\rho} = -\beta_V \cdot dP \quad (I.2)$$

Le module d'élasticité est défini comme l'inverse du coefficient de compressibilité :

$$E = \frac{1}{\beta_V} \quad (I.3)$$

Au contraire aux fluides incompressibles, tel que ; lorsque le volume occupé par une masse donnée ne varie pas en fonction de la pression extérieure. Les liquides peuvent être considérés comme des fluides incompressibles (eau, huile, etc.)

**Tableau 1.2 :** Ordres de grandeur des compressibilités à 20 °C

Fluide	Coefficient de compressibilité ( $Pa^{-1}$ )
Eau	$4,1 \cdot 10^{-10}$
Mercure	$4,4 \cdot 10^{-10}$
Air	$\approx 10^{-5}$

Pour un liquide la compressibilité est très faible. A l'inverse, pour un gaz, la compressibilité est grande.

## 2) La masse volumique et densité :

- a) Masse volumique ( $\rho$ , Rou) : La masse volumique  $\rho$  d'un fluide est la masse de l'unité de volume de ce fluide. Elle s'exprime en  $kg/m^3$ .

Les fluides sont caractérisés par leur masse volumique :

$$\rho = \frac{Masse}{Volume} = \frac{M}{V} \quad (I.4)$$

- Les liquides comme les huiles et les alcools ont une masse volumique inférieure à celle de l'eau, alors que la masse volumique du mercure est supérieure à celle de l'eau.
- La masse volumique des liquides est une fonction inverse avec la température. Donc si la température augmente, la masse volumique de fluide diminue légèrement.

**Tableau 1.3 :** Masse volumique de l'eau en fonction de la température

Température (°C)	$\rho$ de l'eau ( $kg/m^3$ )	Température (°C)	$\rho$ de l'eau ( $kg/m^3$ )
0	999.79	50	988.04
4	999.97	60	983.13
10	999.65	70	977.70
20	998.16	80	971.81
30	995.59	90	965.34
40	992.17	100	958.40

### **Exemple 1 :**

$\rho$  eau à 20 °C = 998.16  $kg/m^3$ ,  $\rho$  mercure à 20 °C = 13546  $kg/m^3$ .

### **Exemple 2 :**

Les gaz ont une masse volumique très faible:  $\rho$  air = 1.225  $kg/m^3$  à 15°C au niveau de la mer ( $Z = 0$  m). La masse volumique de l'air est variable, en fonction de l'altitude :

$Z = 0$  m  $\rho$  air = 1.225  $kg/m^3$  ;

$Z = 2000$  m  $\rho$  air = 1.007  $kg/m^3$  ;

$Z = 8000$  m  $\rho$  air = 0.525  $kg/m^3$  ;

$Z = 12000$  m  $\rho$  air = 0.320  $kg/m^3$ .

- b) La densité: La densité d'une substance est égale à la masse volumique de la substance par la masse volumique du corps de référence. Pour les liquides, la densité de l'eau est utilisée comme

référence (à 4 °C  $\rho_{\text{eau}} \approx 1000 \text{ kg/m}^3$ ). Pour les gaz, les mesures s'effectuent par rapport à l'air. La densité est une grandeur physique sans dimension

$$d_{\text{substance}} = \frac{\rho_{\text{substance}} \left( \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} \right)}{\rho_{\text{eau}} \left( \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} \right)} = \frac{\rho_{\text{substance}}}{1000} \text{ [Sans unité]} \quad (I.5)$$

**Exemple 1 :**

$$d_{\text{eau}} = \frac{1000}{1000} = 1 \qquad d_{\text{essence}} = \frac{700}{1000} = 0,7$$

Les liquides sont caractérisés par une masse volumique relativement importante ;

$$\rho_{\text{liquide}} \gg \rho_{\text{gaz}}$$

Pour les gaz, la masse volumique dépend de la température et de la pression.

3) Le poids volumique : ( $\gamma$ , gamma)

Le poids volumique est notion très utile, on le définit par le rapport du poids sur le volume de la masse, ou la masse volumique multiplié par la gravité.

$$\gamma = \frac{G}{V} = \frac{Mg}{V} = \frac{\rho Vg}{V} = \rho g \quad \left[ \frac{\text{N}}{\text{m}^3} \right] \quad (I.6)$$

4) Le volume massique : (volume spécifique)

C'est le volume qu'occupe l'unité de masse d'une substance, c'est l'inverse de la masse volumique :

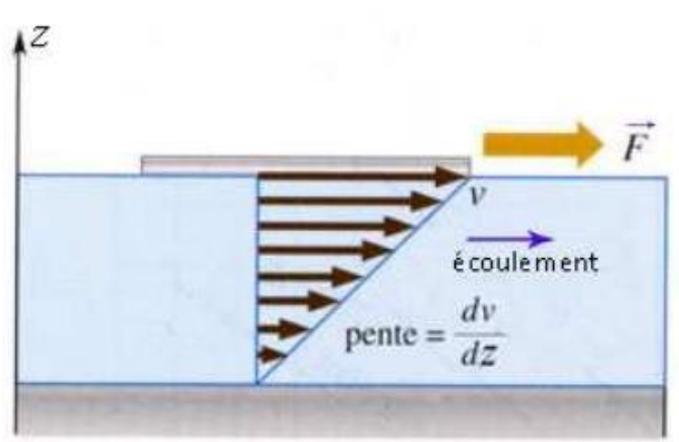
$$\bar{\rho} = \frac{V}{M} = \frac{V}{\rho V} = \frac{1}{\rho} \quad \left[ \frac{\text{m}^3}{\text{Kg}} \right] \quad (I.7)$$

5) La viscosité :

La viscosité d'un fluide est sa propriété de résister aux efforts tangentiels qui tendent à faire déplacer les couches liquides les unes par rapport aux autres. C'est une grandeur qui caractérise les frottements internes des fluides, elle est due à l'interaction entre les molécules des fluides. Elle caractérise la résistance d'un fluide à son écoulement.

Les fluides de faible viscosité s'écoulent facilement comme l'eau, alors d'autres liquides coulent difficilement comme les huiles de véhicules qui sont très visqueux.

**5.1. Viscosité dynamique :** On considère deux couches de fluide adjacentes distantes de  $z$  Fig I.2. La force de frottement  $\vec{F}$  qui s'exerce à la surface de séparation de ces deux couches s'oppose au glissement d'une couche sur l'autre. Elle est proportionnelle à la différence de vitesse des couches soit  $\Delta v$ , à leur surface  $S$  et inversement proportionnelle à  $\Delta z$ .



**Figure I.2 :** Illustration de la force de viscosité

La formule de Newton définit la viscosité dynamique «  $\mu$  » comme étant le rapport entre la contrainte de cisaillement (Force sur Surface) et le gradient de vitesse (taux de déformation) :

$$\mu = \frac{F/S}{dv/dz} = \frac{\tau}{(dv/dz)} \text{ [Pa.s]} \quad (I.8)$$

- Dans le système international (SI), l'unité de viscosité dynamique est le Pascal seconde (Pa.s) ou Poiseuille (Pl) :  $1 \text{ Pa.s} = 1 \text{ Pl} = 1 \text{ Kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$ .
- Dans le système (CGS) : l'unité est le Poise (Po) ;  $1 \text{ Pl} = 10\text{Po}$ .

**Remarque :**

- Les fluides Newtoniens, sont des fluides qu'ont une viscosité constante, comme l'air, l'eau, l'huile. Alors que les fluides non-newtoniens ont une viscosité variable, comme les boues, les pâtes, ...
- Nous pouvons dire aussi, que les fluides parfaits ont une viscosité nulle (c'est un fluide qui n'existe pas dans la nature).
- La viscosité existe dès qu'il y a mouvement relatif entre particules, que ce soit en régime laminaire ou turbulent.
- La viscosité dynamique de l'eau diminue avec l'augmentation de la température

**5. 2. Viscosité cinématique :** Dans de nombreuses formules apparaît le rapport de la viscosité dynamique et de la masse volumique :

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad \left[ \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \right] \quad (I.9)$$

- Dans le système international (SI), l'unité de viscosité cinématique n'a pas de nom particulier : (m<sup>2</sup>/s).
- Dans le système CGS, l'unité est le Stokes (St) :  $1\text{m}^2/\text{s} = 10^4 \text{ St}$ .

**I.2. Les Gaz parfaits**

**Introduction :**

On ne peut appliquer les équations de la mécanique à une collection de molécules dont le nombre est de l'ordre de  $10^{23}$ . Faute de pouvoir connaître à tout instant, la position et la vitesse de chaque molécule.

**1.2.1. Définition :**

Un gaz est parfait lorsque ses molécules n'interagissent pas entre elles, en dehors des chocs survenant lorsqu'elles se rencontrent. Par ailleurs, la taille des molécules doit également être considérée comme négligeable par rapport à la distance intermoléculaire moyenne.

**1.2.2. Caractéristiques des Gaz parfaits :**

Le gaz parfait est un modèle simplifié des gaz. Ce modèle est donné lieu à une répartition homogène dans l'espace, et à une distribution isotrope des vitesses. Et construit sur les deux hypothèses suivantes:

1. Les molécules sont considérées comme des points matériels. C'est-à-dire que l'on néglige leur volume propre devant le volume occupé par le gaz.
2. On néglige toutes les interactions entre les molécules à l'exception des interactions qui ont lieu lors des chocs entre ces molécules.

Les gaz parfaits obéissent aux lois suivantes :

- 1) Loi de **Boyle-Mariotte** : à température constante, le volume d'un gaz est inversement proportionnel à sa pression P ;
- 2) Loi de **Gay-Lussac** : à pression constante, le volume occupé par un gaz est proportionnel à la température absolue ;
- 3) Loi de **Charles** : à volume constant, la pression d'une masse de gaz donnée est proportionnelle à sa température absolue ;
- 4) Hypothèse d'**Avogadro Ampère** : dans les mêmes conditions de température et de pression, le volume V d'une mole d'un gaz est identique quelque soit la nature chimique du gaz.

**Note** : Tous les gaz peuvent être parfaits :

- Selon une approche plus macroscopique, on qualifie de gaz parfait un gaz qui vérifie simultanément la loi de Boyle-Mariotte, la loi d'Avogadro, la loi de Charles, la loi de Gay-Lussac, et enfin la loi de Dalton.

- Tous les gaz réels, quelle que soit leur nature chimique, peuvent être parfaits à des pressions suffisamment basses. Par exemple, le modèle des gaz parfaits s'applique au dioxygène et à l'azote dans des conditions normales, notamment à 0 °C et à pression ambiante.

### 1.2.3. Équation d'état du gaz parfait :

Pour un gaz parfait monoatomique à l'équilibre thermodynamique, on a :

Les variables d'état, pression P, volume V, température T et quantité de matière n, d'un gaz parfait en équilibre et au repos sont liées par une relation appelée équation d'état des gaz parfaits :

$$PV = nRT \quad (I. 10)$$

P : est la pression d'un gaz (en pascals) ;

V : le volume occupé par le gaz (en m<sup>3</sup>) ;

n : la quantité de matière (nombre de mole du gaz) ;

R : la constante universelle des gaz parfaits (8,3144621 J/K/mol) ;

Et T est la température (en kelvins).

Exemple d'application :

Dans un récipient de 2 litres thermiquement isolé, on a enfermé de l'hélium sous une pression de 5 bar et à température de 25°C. Au bout d'un certain temps, et à cause d'une fuite, la pression tombe à 3 bar et la température à l'intérieur tombe à 14,4°C.

Estimer le nombre de moles de l'hélium (He) qui sont échappées (en assimilant à un gaz parfait).

Solution :

Etat initial :  $P_1 = 5 \text{ bar}$ ,  $V_1 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$  et  $T_1 = 298 \text{ °K}$  ;

Etat final :  $P_2 = 3 \text{ bar}$ ,  $V_2 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$  et  $T_2 = 287,4 \text{ °K}$  ;

Le nombre de moles de l'Hélium(He) qui sont échappés :  $n_{échapp} = n_1 - n_2$

$$\text{Avec } n_1 = \frac{P_1 V_1}{RT_1} = \frac{5 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{8,3144 \cdot 298} = 0,40 \text{ mol} ;$$

$$n_2 = \frac{P_2 V_2}{RT_2} = \frac{3 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{8,3144 \cdot 287,4} = 0,25 \text{ mol} .$$

Donc

$$n_{échapp} = n_1 - n_2 = 0,40 - 0,25 = 0,15 \text{ mol}$$

### 1.2.3. Mélange des gaz parfaits :

On considère un mélange de gaz chimiquement inerte (mélange qui ne donne pas lieu à une réaction chimique).

**Loi de Dalton** : Soit V, le volume occupé par le mélange. Chaque gaz occupe le volume V comme s'il été seul sous une pression  $P_i$  appelée pression partielle.

La pression du mélange est égale à la somme des pressions partielles des gaz composants :  $P = \sum P_i$

Exemple : mélange de 02 gaz (1) et (2)

$P_1V = n_1RT$  ( $n_1$  moles gaz (1)) et  $P_2V = n_2RT$  ( $n_2$  moles gaz (2)). L'équation d'état de mélange est :

$(P_1+P_2).V = (n_1+n_2).RT$  ou  $P.V = n.R.T$  tels que

$n$  : nombre de moles du mélange.

$P$  : pression du mélange.

**Finalemnt on a donc :** *Un mélange de gaz parfaits chimiquement inertes est un gaz parfait.*

### 1.2.3.1. Paramètres d'état d'un mélange de gaz parfaits :

1) La fraction molaire  $x_i$  du gaz  $i$  dans le mélange est le rapport entre  $n_i$  nombre de moles de gaz  $i$  et  $n$ , nombre de moles du mélange :  $x_i = n_i/n$  avec,  $n = \sum n_i$  et  $\sum x_i = 1$

2) La fraction volumique  $v_i$  du gaz  $i$  dans le mélange est le rapport entre  $V_i$  volume qu'occuperait le gaz  $i$  sous la pression  $P$  et la température  $T$  du mélange et  $V$  : volume total du mélange :  $v_i = V_i/V$

## I.3. Tension de vapeur :

**1.3.1. Définition :** Si nous avons un un système fermé de volume constant, on a :

- La pression de vapeur est signifier la pression de gaz présent ( $P$ ) au-dessus d'un liquide.

- La pression de vapeur saturante ou d'équilibre ( $P_{sat}$ ) ou aussi appelé tension de vapeur d'une substance pure, est la pression de vapeur au-dessus du liquide lorsque l'équilibre est atteint. C'est une propriété physique de la substance qui ne dépend que de la température. Sachant que l'équilibre d'évaporation (phase gazeuse) et de condensation (phase liquide ou solide), s'exprime que pour une température  $T$  donnée et sur un laps de temps donné ; les vitesses de ces processus vont être identiques, ce qu'on appelle la situation d'équilibre c'est-à-dire la même quantité d'évaporation que de condensation. Dans ce cas la pression prend une valeur fixe pour même  $T$ , est appelé la tension de vapeur ou la pression de vapeur saturante. Si en change la température on aura une autre tension de vapeur correspond à autre état d'équilibre.

### 1.3.2. L'importance de la tension de vapeur en Hydraulique :

Lorsque l'on aspire un liquide dans un conduit on crée une dépression, si cette baisse de pression fait descendre la pression du liquide au-dessous de sa pression de vapeur saturante, le liquide se met en ébullition. (Production de vapeur).



**Figure 1.3 :** *Effet de la cavitation sur différentes installations*

En effet, lors du déplacement de liquides, une chute de la pression peut entraîner l'apparition de bulles de gaz. Outre les problèmes liés au fait que le transport d'un mélange diphasique (liquide + gaz) est plus complexe que celui d'un corps simple, les changements brutaux d'état s'accompagnent de variations rapides de volume qui peuvent entraîner des détériorations importantes des installations

(voir figure I.3). Ce phénomène s'appelle la cavitation et l'on cherche à l'éviter notamment pour les installations d'eau potable.

La cavitation est une formation de bulles de vapeur due à une baisse de pression. En se formant ces bulles augmentent le volume de fluide présent dans la zone de basse pression ce qui à pour effet d'augmenter la pression en certains endroits ou la bulle de gaz se condense violemment en implosant. Les chocs créés par l'éclatement des bulles détruisent les parois des organes en contact avec le fluide.

**Exemple :**

Une pompe qui Cavite s'use rapidement.

**1.3.3. Calcul de la pression M : masse molaire de la substance, en kg/mol de vapeur saturante (tension de vapeur) :**

Le calcul approximatif de la pression de vapeur saturante peut se faire à l'aide d'une formule issue de l'équation de Clausius-Clapeyron, en prenant comme hypothèses que la vapeur se comporte comme un gaz parfait et que l'enthalpie de vaporisation ne varie pas avec la température dans la plage considérée :

$$\ln \frac{P_{sat}}{P_0} = \frac{ML_v}{R} \left( \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \quad (I.11)$$

Avec :

- $T_0$  : température d'ébullition de la substance à une pression  $P_0$  donnée, en  $K$  ;
- $P_{sat}$  : pression de vapeur saturante, dans la même unité que  $P_0$  ;
- $M$  : masse molaire de la substance, en  $kg/mol$  ;
- $L_v$  : chaleur latente de vaporisation de la substance, en  $J/kg$  ;
- $R$  : constante des gaz parfaits, égale à  $8,31447 J/K/mol$  ;
- $T$  : température de la vapeur, en  $K$ .

**Exemple :**

Calculer la pression de vapeur saturante de l'eau à la température de  $25\text{ }^\circ\text{C}$ . Avec les données suivantes :

$M = 0,018\text{ }kg/mol$ ;  $L_v = 2,365 \times 10^6\text{ }J/kg$ ;  $P_0 = 1013\text{ }mbar$  et  $T_0 = 373\text{ }K$ .

$Rép = 3,2\text{ }KPa$

**I.4. Tension superficielle :**

**1.4.1. Définition :**

- La tension superficielle est un phénomène physico-chimique lié aux interactions moléculaires d'un fluide. La surface libre du liquide se comporte comme une membrane élastique tendue.
- La tension superficielle caractérise le contact entre deux fluides, généralement un liquide et un gaz. Une molécule dans un liquide immobile est soumise aux forces d'attraction de ses proches voisines. Si cette molécule est située au sein du liquide, la résultante de ces forces est nulle. Mais si cette molécule est située en surface du liquide, la résultante est une force dirigée vers l'intérieur du liquide.

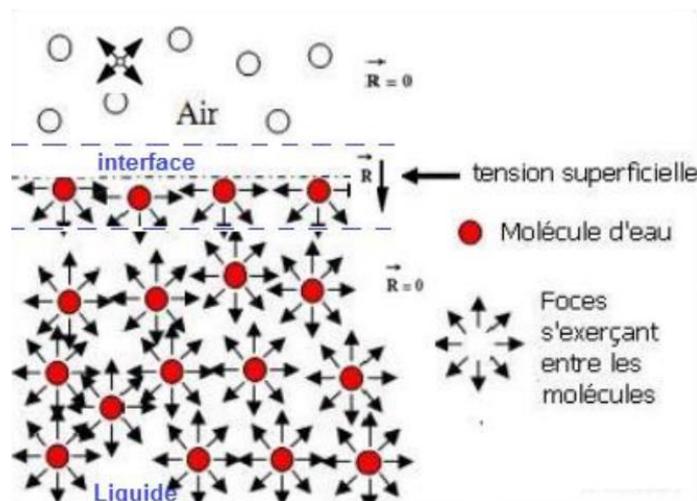
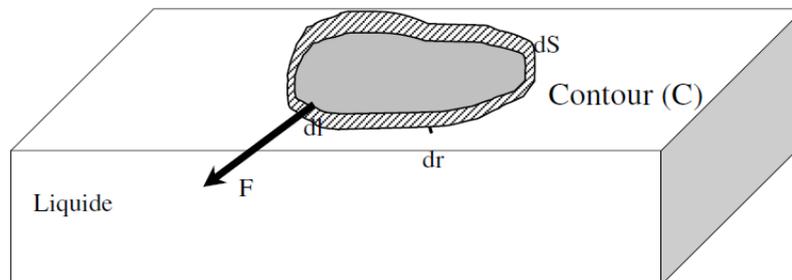


Figure I.4 : Schéma de la tension superficielle

### Prenons le cas de l'eau :

Sa forte cohésion, due à l'existence de liaisons hydrogènes, permet d'expliquer le fait que des insectes, ou des objets légers comme des trombones peuvent être posés sur la surface de l'eau sans qu'ils coulent ou que l'on puisse verser de l'eau dans un verre, jusqu'à ce que le niveau de l'eau dépasse les bords du verre, sans pour autant qu'elle ne coule.

### 1.4.2. Caractérisation énergétique de la tension superficielle :



**Figure I.5 :** Schéma de la tension superficielle

Isolons par la pensée une surface (S) située à l'interface entre un liquide et l'air. Soit un élément de longueur  $dl$  du contour (C) de la surface. (Fig : I.5). on a :

- 1) Soit une force  $dF$  exercée sur l'élément de longueur  $dl$ , dirigée vers l'extérieur de (S) et proportionnelle à sa longueur. Cette force tend la surface, s'écrit comme suit :

$$dF = \sigma dl \quad (I.12)$$

$\sigma$  : est le coefficient de tension superficielle : c'est une force par unité de longueur, exprimé en  $N.m^{-1}$ .

$dF$  : est la force partielle de cohésion des molécules de l'eau en (N)

$dl$  : est la longueur partielle dans laquelle est appliquée la force en (m)

A température ordinaire, le coefficient de tension superficielle  $\sigma$  vaut, pour les liquides, quelques dizaines de  $mNm^{-1}$ . L'eau liquide possède une tension de surface très élevée. À  $25^{\circ}C$ , sa tension de surface est égale à  $71,99 \times 10^{-3} N/m$ . La tension de surface dépend fortement de la température et peut varier considérablement s'il y a des impuretés.

- 2) Soit  $dE$  l'énergie partielle fournie pour faire passer des molécules de l'intérieur vers la surface d'une unité  $dS$ . Cette énergie augmente l'interface entre un liquide (ou un solide) et sa vapeur (ou encore l'air) traduit par le travail de la force de tension superficielle :

$$\int dE = \int dF dr = \sigma \int dS \quad (I.13)$$

Alors d'après les deux relations (I.12) et (I.13), nous pouvons déduire la relation de la tension superficielle comme suit :

$$\sigma (N/m) = \frac{F(N)}{l(m)} = \frac{E(J)}{S(m^2)} \quad (I.14)$$

La tension superficielle,  $\sigma$  manifeste dans la dissymétrie de cohésion des molécules d'eau.

La tension superficielle,  $\sigma$  dépend de :

- 1) La nature du liquide
- 2) La nature du gaz
- 3) Varie avec la température

## 1.5. La capillarité :

Le phénomène de capillarité est un phénomène d'interaction qui regroupe l'ensemble des phénomènes qui ont lieu à la surface d'un liquide au contact d'une paroi solide. Donc les molécules d'une surface solide attirent les molécules du liquide avec une force plus grande que celle qui existe entre les molécules du liquide (à l'exception du mercure).

Le liquide s'élève au-dessus du niveau de l'eau ou descend en-dessous du niveau en fonction des caractéristiques du liquide (masse volumique), en fonction du diamètre de tube capillaire, et en fonction de la tension superficielle de ce liquide. La surélévation d'eau dans le tube est appelée *montée capillaire*, et l'abaissement de mercure est appelée la *descente capillaire*.

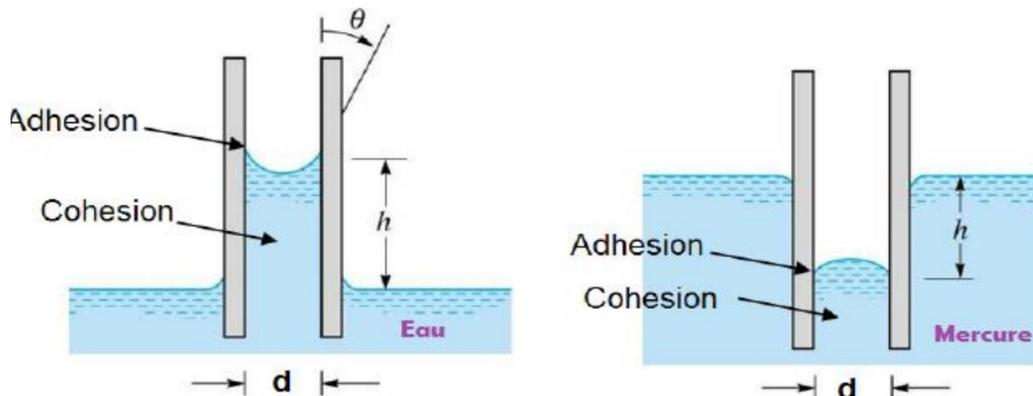


Figure 1.6: Phénomène de capillarité

### 5.1.1. Ascension d'un liquide dans un tube capillaire : LOI de JURIN

Lorsqu'on plonge un tube fin et ouvert dans un liquide, celui-ci "monte" dans le tube d'une certaine hauteur  $h$ . Il se forme également un ménisque. Au contact de la paroi, une force due à la tension superficielle s'exerce sur le liquide verticalement vers le haut. Cette force s'oppose au poids de la colonne de liquide au-dessus de la surface libre du liquide. Puisqu'il y a équilibre, on peut écrire la relation suivante :

$$\pi d \cdot \sigma \cdot \cos\theta = \frac{\pi d^2}{4} \cdot h \cdot \rho \cdot g ;$$

Donc on a :

$$h = \frac{4\sigma \cdot \cos\theta}{d \cdot \rho g} \quad (I. 15)$$

Avec

$\sigma$ : tension superficielle [N/m]

$r$  : rayon du capillaire [m]

$\rho$  : masse volumique [kg/m<sup>3</sup>]

$\theta$  : angle de raccordement [rad]

$h$  : hauteur de l'ascension capillaire [m]

Dans le cas où le liquide mouille parfaitement la paroi du capillaire, l'angle de raccordement est nul (c'est le cas de l'eau dans un capillaire en verre propre). La loi de Jurin est encore plus simple :

$$h = \frac{4\sigma}{d \cdot \rho g} \quad (I. 16)$$

Donc l'ascension capillaire est d'autant plus importante que le tube est fin et que la masse volumique du liquide est faible.

## 1.6. Types d'écoulements :

### Écoulement Unidimensionnel, Bidimensionnel et Tridimensionnel :

- ✓ En général l'écoulement d'un fluide est tridimensionnel, si les caractéristiques de l'écoulement et les propriétés du fluide variaient dans les trois directions :  $Ox$  ,  $Oy$  et  $Oz$  en fonction de temps.
- ✓ Un écoulement est considéré comme étant bidimensionnel, si les caractéristiques de l'écoulement variaient dans le temps et dans les deux directions :  $Ox$  et  $Oy$ .
- ✓ Un écoulement est considéré comme étant unidimensionnel, si les caractéristiques de l'écoulement variaient dans le temps et dans seule direction.

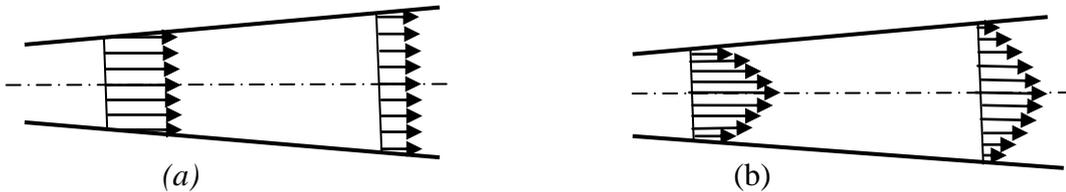


Figure II.7 : Variation de vitesse pour un écoulement (a) unidimensionnel et (b) bidimensionnel

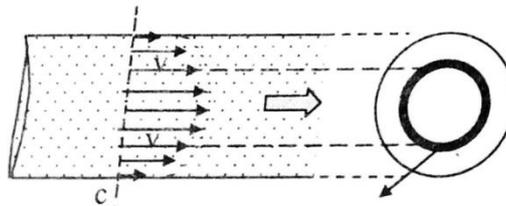
## 1.7. Débit volumique et débit massique

**1.7.1. Définitions :** En Hydraulique, il est essentiel de pouvoir connaître la quantité du fluide qui circule à l'intérieur des différents éléments ( pompes, tuyauterie, canaux,...). Par conséquent, il est nécessaire de définir la notion de débit.

On considère un fluide avec un vecteur vitesse  $\vec{v}$ , une surface  $S$  et le vecteur unitaire  $\vec{n}$  normal à chaque élément  $dS$  qui compose  $S$ .

Le débit volumique  $Q$  (ou flux) est défini par :

$$Q = \int_S \vec{v} \cdot \vec{n} dS \quad (I.17)$$



$dS$  : Une section différentielle

Le débit correspond donc au volume de fluide qui a traversé la surface  $S$  pendant une unité de temps. On le mesure en  $m^3 \cdot s^{-1}$ . En hydraulique, on rencontre également les unités suivantes :  $l \cdot s^{-1}$ ,  $l \cdot h^{-1}$  et  $m^3 \cdot h^{-1}$ . Quand on s'intéresse à des écoulements compressibles, on s'intéresse souvent au débit massique :  $Q_m = \rho Q_V$ .

Par habitude, le terme « débit :  $Q$  » désigne le débit volumique :  $Q_V$ .

### Exemple d'application :

L'eau de masse volumique  $\rho = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  à  $4^\circ\text{C}$  s'écoule à une vitesse moyenne  $v = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  dans une conduite de diamètre  $D = 0,6 \text{ m}$ . Calculer les débits volumique et massique.

*Solution :*

Le débit volumique :  $Q = v_{moy} \cdot S = v_{moy} \cdot (\pi D^2 / 4) = 0,283 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$

Le débit massique  $Q_m$  se calcule par la relation :  $Q_m = \rho \cdot Q = 10^3 \cdot 0,283 = 283 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$

### 1.7.2. Débit pour le vecteur de vitesse n'est pas normal à la section :

Dans ce cas, seulement la composante normale à  $dS$  de la vitesse à contribuer au débit à travers la section  $c-c'$ , ce qui nous ramène à considérer seulement la composante normale à la section :

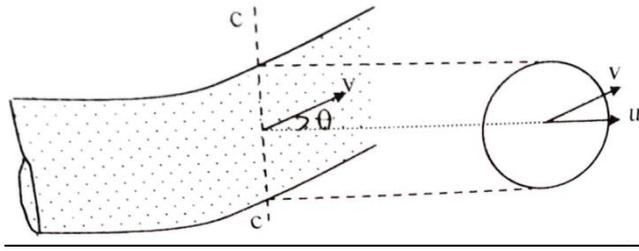


Figure II.8 : Cas ou le vecteur de vitesse n'est pas normal à la section

$$Q = \int_S u \cdot dS = \int_S v \cos \theta \cdot dS \quad (I.18)$$

Or, on sait que par définition  $\vec{v} \cdot d\vec{S} = \vec{v} \wedge \overline{dS}$ , d'où, l'équation (I.18) s'écrit :

$$Q = \int_S \vec{v} \wedge \overline{dS} \quad (I.19)$$

$$Q_m = \int_S \rho \cdot \vec{v} \wedge \overline{dS} \quad (I.20)$$

Et si la vitesse est constante à travers la section  $c-c'$  « fluide parfait » :

$$Q = \vec{v} \wedge \vec{S} = v \cos \theta \cdot S \text{ et } Q_m = \rho \vec{v} \wedge \vec{S} = \rho v \cos \theta \cdot S$$

### 1.7.2. La vitesse moyenne :

La vitesse moyenne à travers une section donnée d'écoulement réel est calculée par l'expression suivante :

$$U = v_{moy} = \frac{\int_S \vec{v} \wedge \overline{dS}}{S} = \frac{Q}{S} \quad (I.21)$$

## Travaux Dirigés ( N° 1 )

### Exercice 1 :

Soit un volume d'huile  $V = 6 \text{ m}^3$  qui pèse  $G = 47 \text{ KN}$ . Calculer la masse volumique, le poids spécifique et la densité de cette huile sachant que  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$

. Calculer le poids  $G$  et la masse  $M$  d'un volume  $V = 3$  litres d'huile de boîte de vitesse ayant une densité égale à 0.9

*Solution :*

1. La masse volumique :  $\rho = \frac{M}{V} = \frac{G}{gV} = \frac{47 \cdot 1000}{9.81 \cdot 6} = 798.5 \text{ kg/m}^3$
2. Le poids spécifique :  $\gamma = \rho \cdot g = 798.5 \cdot 9.81 = 7833.3 \text{ N/m}^3$
3. La densité :  $d_{\text{huile}} = \frac{\rho_{\text{huile}}}{\rho_{\text{eau}}} = \frac{798.5}{1000} \approx 0,8$
4. Le poids volumique :  $G = \rho_{\text{huile}} g \cdot V = d \cdot \rho_{\text{eau}} \cdot g \cdot V = 0,9 \cdot 1000 \cdot 9,81 \cdot \frac{3}{1000} = 26,49 \text{ N}$
5. La masse :  $M = \frac{G}{g} = \frac{26,49}{9,81} = 2,7 \text{ Kg}$

### Exercice 2 :

On comprime un liquide dont les paramètres à l'état initial sont :  $P_1 = 50 \text{ bar}$  et  $V_1 = 30.5 \text{ dm}^3$  et les paramètres à l'état final sont :  $P_2 = 250 \text{ bar}$  et  $V_2 = 30 \text{ dm}^3$ . Calculer le coefficient de compressibilité  $\beta_V$  de ce liquide.

*Solution :*

$$\beta_V = - \frac{(dV/V)}{dP} = - \frac{dV}{dPV} = - \frac{(30 - 30,5)}{30,5(250 - 50)10^5} = 8,2 \text{ Pa}^{-1}$$

### Exercice 3 :

Soit un récipient de volume  $V$ , de surface  $S$ , rempli d'un liquide à hauteur de 10 cm, dont le coefficient de compressibilité volumique  $\beta_V$  est égal à  $10^{-8} \text{ m}^2/\text{N}$ .

Déterminer la variation de la hauteur du liquide dans le récipient, lorsqu'on fait exercer une pression  $dP = 1 \text{ N/m}^2$  sur le piston.

*Solution :*

$$\beta_V = - \frac{dV}{dPV} = - \frac{dh \cdot S}{dP \cdot h \cdot S} \Rightarrow dh = -\beta_V \cdot dP \cdot h = -10^{-8} \cdot 1 \cdot 0,1 = -10^{-9} \text{ m}$$

$$dh = 10^{-6} \text{ mm}$$

### Exercice 4 :

Soit un volume d'un liquide de masse volumique  $\rho$ , comprimer à l'aide d'un piston. Le liquide subit une petite variation de volume  $dV$ .

Déterminer la variation de la masse volumique  $d\rho$ .

*Solution :*

Le coefficient de compressibilité volumique est donné par :

$$\beta_V = - \frac{(dV/V)}{dP} \dots \dots \dots (1)$$

On suppose que la masse reste constante égale à :  $M = \rho V$  ;

$$(M: \text{masse du liquide}), \text{ on a : } \rho = M/V \Rightarrow d\rho = - \frac{M dV}{V^2} \Leftrightarrow d\rho = -\rho \left( \frac{dV}{V} \right) \dots \dots \dots (2)$$

En remplaçant l'équation (2) dans l'équation (1), on a :

$$d\rho = \rho \cdot \beta_V \cdot dP$$

### Exercice 5 :

Un récipient rigide en acier est rempli d'un liquide à 15 atm. Le volume du liquide est de 1,232 litre. A une pression de 30 atm, le volume du liquide est de 1,231 litre.

- Trouver le module d'élasticité du liquide pour la gamme de pressions données dans le cas isotherme ?

- Quel est alors le coefficient de compressibilité ?

*Solution :*

Le module d'élasticité est donné par l'équation :  $E = 1/\beta_V$

Alors :

$$E = -\frac{dP}{(dV/V)} = -\frac{(30 - 15)10^5 \cdot 1,232}{(1,231 - 1,232)} = 1,848 \cdot 10^9 \text{ Pa}$$

Le coefficient de compressibilité :  $\beta_V = \frac{1}{E} = \frac{1}{1,848 \cdot 10^9} = 0,541 \cdot 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}$

### Exercice 6 :

Déterminer la viscosité dynamique de l'huile d'olive sachant que sa densité est 0,918 et sa viscosité cinématique est 1,089 Stockes.

*Solution :*

La viscosité dynamique :  $\mu = \rho \cdot \nu = d \cdot \rho_{eau} \cdot \nu = 0,918 \cdot 1000 \cdot 1,089 \cdot 10^{-4} \approx 0,1 \text{ Pas}$

### Exercice 7 :

Du fuel porté à une température  $T=20^\circ\text{C}$  a une viscosité dynamique  $\mu = 95 \cdot 10^{-3} \text{ Pas}$ . Calculer sa viscosité cinématique  $\nu$  en stockes sachant que sa densité est  $d=0,95$ .

On donne la masse volumique de l'eau est  $\rho_{eau} = 1000 \text{ Kg/m}^3$ .

*Solution :*

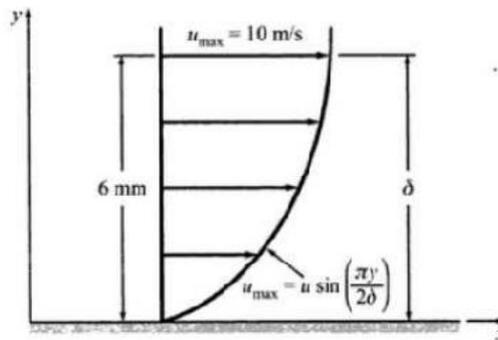
La viscosité cinématique :  $\nu = \frac{\mu}{\rho_{fuel}} = \frac{\mu}{d \cdot \rho_{eau}} = \frac{95 \cdot 10^{-3}}{0,95 \cdot 10^3} = 1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$

Ou bien :  $\nu = 1 \text{ stockes}$

### Exercice 8 :

Soit un écoulement d'air à  $20^\circ\text{C}$  sur une plaque ayant une distribution de vitesse sinusoïdale :

$$u = u_{max} \cdot \sin\left(\frac{\pi y}{2\delta}\right)$$



- Calculer le taux de cisaillement sur la paroi, à  $y=3 \text{ mm}$  et  $y=6 \text{ mm}$  si la viscosité du fluide est égale à  $1,8 \cdot 10^{-5} \text{ Ns/m}^2$ .

*Solution :*

Selon la loi de Newton des fluides visqueux, le taux de cisaillement :

$$\tau(y) = \mu \frac{du}{dy} = \mu \frac{d}{dy} \left( u_{max} \cdot \sin\left(\frac{\pi y}{2\delta}\right) \right) = \mu \cdot \frac{u_{max} \cdot \pi}{2\delta} \cos\left(\frac{\pi y}{2\delta}\right)$$

- 1)  $\tau(y = 0 \text{ m}) = 1,8 \cdot 10^{-5} \frac{10\pi}{2 \cdot 6 \cdot 10^{-3}} \cos(0) = 0,047 \text{ N/m}^2$
- 2)  $\tau(y = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}) = 1,8 \cdot 10^{-5} \frac{10\pi}{2 \cdot 6 \cdot 10^{-3}} \cos\left(\frac{3\pi}{2 \cdot 6}\right) = 0,033 \text{ N/m}^2$
- 3)  $\tau(y = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}) = 1,8 \cdot 10^{-5} \frac{10\pi}{2 \cdot 6 \cdot 10^{-3}} \cos\left(\frac{6\pi}{2 \cdot 6}\right) = 0,0 \text{ N/m}^2$

### Exercice 9 :

Trois récipients contiennent respectivement du dihydrogène  $\text{H}_2$  ( $V_1=2,25\text{L}$ ;  $P_1=250 \text{ mmHg}$ ,  $T_1 = 20^\circ\text{C}$ ), du diazote  $\text{N}_2$  ( $V_2 = 1,45 \text{ L}$  ;  $P_2=760 \text{ mmHg}$ ,  $T_2 = 0^\circ\text{C}$ ) et de l'hélium  $\text{He}$  ( $V_3 = 3,5 \text{ L}$  ;  $P_3=350 \text{ mmHg}$ ,  $T_3=20^\circ\text{C}$ ).

- 1) Calculer la quantité de matière de chaque gaz (mol et masse en g) supposé parfait.
- 2) On introduit les 3 gaz dans un même récipient de volume  $V=6 \text{ L}$  à la température  $285\text{K}$ , on suppose le mélange idéal. Pour chaque gaz.
  - 2.1) le nombre de mole total présent dans le mélange ;

- 2.2) la fraction molaire de chaque gaz dans le mélange ;
- 2.3) la pression partielle de chaque gaz dans le mélange ;
- 2.4) la pression totale du mélange ;
- 2.5) La masse molaire moyenne du mélange.

On donne :

Masse molaire en ( $\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$ ):  $\text{H}_2 = 2$  ;  $\text{N}_2 = 14$  ;  $\text{He} = 4$  et  $R=8,314$  ( $\text{JK}^{-1} \text{mol}^{-1}$ ).

Solution :

1. La quantité de matière de l'échantillon (Gaz)

Par l'application de la loi des gaz parfaits :  $PV = nRT \Rightarrow n = PV/RT$

- 1) Dihydrogène  $\text{H}_2$  :  $n_{\text{H}_2} = \frac{\frac{250}{760} \cdot 1,013 \cdot 10^5 \cdot 2,25 \cdot 10^{-3}}{8,314 \cdot 293} = 0,031 \text{ mol}$
- 2) Diazote  $\text{N}_2$  :  $n_{\text{N}_2} = \frac{\frac{760}{760} \cdot 1,013 \cdot 10^5 \cdot 1,45 \cdot 10^{-3}}{8,314 \cdot 273} = 0,065 \text{ mol}$
- 3) Hélium  $\text{He}$  :  $n_{\text{He}} = \frac{\frac{350}{760} \cdot 1,013 \cdot 10^5 \cdot 3,5 \cdot 10^{-3}}{8,314 \cdot 293} = 0,072 \text{ mol}$

La masse de chaque substance :

$$n = \frac{m}{M} = \frac{\text{masse du matière en (g)}}{\text{masse molaire en (g}\cdot\text{mol}^{-1})}$$

- 1) Dihydrogène  $\text{H}_2$  :  $m_{\text{H}_2} = 0,031 \cdot 2 = 0,062 \text{ g}$
- 2) Diazote  $\text{N}_2$  :  $m_{\text{N}_2} = 0,065 \cdot 14 = 0,784 \text{ g}$
- 3) Hélium  $\text{He}$  :  $m_{\text{He}} = 0,072 \cdot 4 = 0,288 \text{ g}$

2.1. Le nombre total dans le mélange :  $n_t = n_{\text{H}_2} + n_{\text{N}_2} + n_{\text{He}} = 0,031 + 0,065 + 0,072 = 0,168 \text{ mol}$

2.2. Les fractions molaires des constituants dans le mélange :

- 1) Dihydrogène  $\text{H}_2$  :  $x_{\text{H}_2} = 0,031/0,168 = 0,185$
- 2) Diazote  $\text{N}_2$  :  $x_{\text{N}_2} = 0,065/0,168 = 0,387$
- 3) Hélium  $\text{He}$  :  $x_{\text{He}} = 0,072/0,168 = 0,428$

$$\sum x_i = 0,185 + 0,387 + 0,428 = 1$$

2.3. Les pressions partielles des constituants dans le mélange :

- 1) Dihydrogène  $\text{H}_2$  :  $P_{\text{H}_2} = 0,031 \cdot \frac{8,314 \cdot 285}{6 \cdot 10^{-3}} = 0,12 \cdot 10^5 \text{ Pa}$
- 2) Diazote  $\text{N}_2$  :  $P_{\text{N}_2} = 0,065 \cdot \frac{8,314 \cdot 285}{6 \cdot 10^{-3}} = 0,26 \cdot 10^5 \text{ Pa}$
- 3) Hélium  $\text{He}$  :  $P_{\text{He}} = 0,072 \cdot \frac{8,314 \cdot 285}{6 \cdot 10^{-3}} = 0,28 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

2.4. La pression totale du mélange : Le mélange est idéal, d'après la loi de DALTON

$$P_t = \sum P_i = P_{\text{H}_2} + P_{\text{N}_2} + P_{\text{He}} = (0,12 + 0,26 + 0,28)10^5$$

$$P_t = 0,66 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

2.5. La masse molaire moyenne du mélange :

$$M_{\text{moy}} = \sum x_i M_i = x_{\text{H}_2} \cdot M_{\text{H}_2} + x_{\text{N}_2} \cdot M_{\text{N}_2} + x_{\text{He}} \cdot M_{\text{He}} = 0,185 \cdot 2 + 0,387 \cdot 14 + 0,428 \cdot 4$$

$$M_{\text{moy}} = 7,5 \text{ g mol}^{-1}$$

### Exercice 10 :

Calculer la hauteur capillaire dans un tube de verre de 2,5 mm de diamètre lorsqu'il est immergé verticalement dans :

- 1) L'eau ;
- 2) Mercure.



On prend :  $\sigma_{eau} = 0,0725 \text{ N/m}$  pour l'eau et  $\sigma_{Hg} = 0,52 \text{ N/m}$  pour le mercure en contact avec l'air. La densité du mercure est égale à 13,6. L'angle de contact  $\theta$  de l'eau est égal à zéro et celui du mercure est égal à  $130^\circ$ . La gravité  $g$  est prise égale à  $9,81 \text{ m/s}^2$

*Solution :*

La hauteur capillaire dans un tube de verre :

1. L'eau : Loi de Jurin :  $h = \frac{4\sigma \cdot \cos\theta}{d \cdot \rho \cdot g} = \frac{4 \cdot 0,0725 \cdot \cos(0)}{2,5 \cdot 10^{-3} \cdot 10^3 \cdot 9,81} = 11,82 \text{ mm}$
2. Le mercure : Loi de Jurin :  $h = \frac{4\sigma \cdot \cos\theta}{d \cdot \rho \cdot g} = \frac{4 \cdot 0,52 \cdot \cos(130^\circ)}{2,5 \cdot 10^{-3} \cdot 13,6 \cdot 10^3 \cdot 9,81} = -4 \text{ mm}$

### Exercice 11 :

Un tube capillaire a été étalonné à  $20^\circ \text{C}$  avec de l'eau qui s'est élevée de 8,31 cm pour que l'équilibre soit atteint. Avec le même capillaire, un échantillon de mercure s'est abaissé de 3,67 cm.

- ❖ Sachant que  $\rho_{Hg} = 13595 \text{ Kg/m}^3$  pour le mercure, évaluer  $\sigma$  pour le mercure ?  $\sigma_{eau} = 73 \cdot 10^{-3} \text{ N/m}$ .
- ❖ Quel est le diamètre du capillaire utilisé ?

*Solution :*

1. La tension superficielle du mercure :

Par application de la loi de Jurin :

$$h_{eau} = \frac{4\sigma_e}{d \cdot \rho \cdot g} \dots \dots \dots (1)$$

$$h_{Hg} = \frac{4\sigma_{Hg}}{d \cdot \rho_{Hg} \cdot g} \dots \dots \dots (2)$$

En divisant (2) par (1), on obtient :

$$\frac{h_{Hg}}{h_{eau}} = \frac{\sigma_{Hg}}{\sigma_e} \cdot \frac{\rho}{\rho_{Hg}} \Rightarrow \sigma_{Hg} = \left( \frac{h_{Hg}}{h_{eau}} \right) \cdot \left( \frac{\rho_{Hg}}{\rho} \right) \cdot \sigma_e = \frac{3,67 \cdot 13595}{8,31 \cdot 1000} \cdot 73 \cdot 10^{-3}$$

$$\sigma_{Hg} = 438,3 \cdot 10^{-3} \text{ N/m}$$

2. Le diamètre du capillaire utilisé :

La relation (1)

$$\Rightarrow d = \frac{4\sigma_e}{h_{eau} \cdot \rho \cdot g} = \frac{4 \cdot 73 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 10^{-2} \cdot 10^3 \cdot 9,81} = 3,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

### Exercice 12 :

L'eau coule dans un canal rectangulaire de largeur  $b = 30 \text{ cm}$ , incliné d'un angle  $30^\circ$  par rapport à l'horizontal. Si la vitesse est constante et égale  $0,2 \text{ m/s}$  et si la hauteur de l'eau mesurée le long d'une ligne verticale  $h = 50 \text{ cm}$ .

- Trouver le débit volumique qui passe à travers une section droite d'écoulement.

*Solution :*

$$Q = \vec{v} \wedge \vec{S} = \vec{v} \cos\theta \cdot S = \vec{v} \cdot (h \cdot b) \cos\theta = 0,2 \cdot (0,5 \cdot 0,3) \cos 30$$

D'où  $Q = 0,026 \text{ m}^3/\text{s} = 26 \text{ l/s}$