Université de M'sila
Faculté de MI
Niveau : 1ère année Licence

24/05/2023
Département d'informatique
Matière : Proba-stat

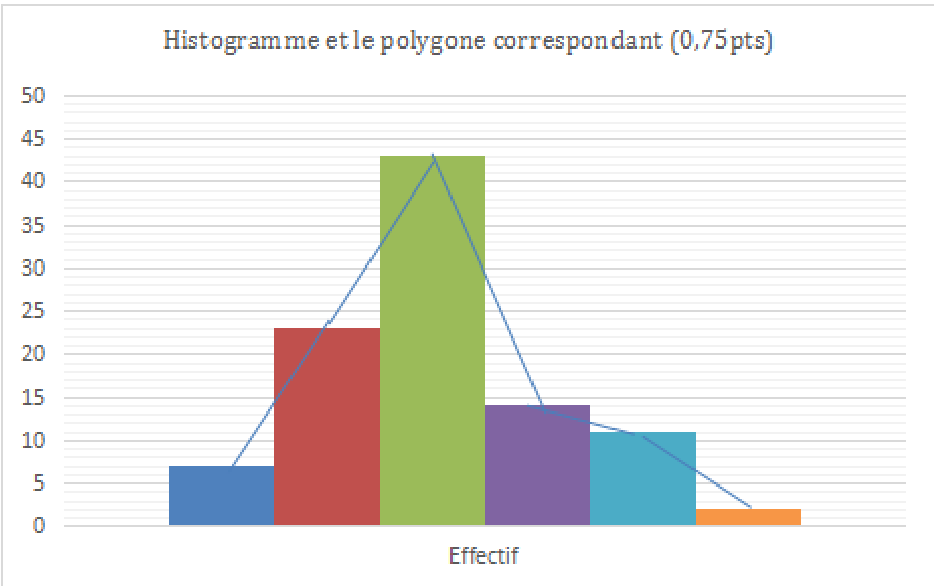
Correction de Examen S2

Exercice n°1 : (6.75pts)

classes	$[155, 160[$	$[160, 165[$	$[165, 170[$	$[170, 175[$	$[175, 180[$	$[180, 185[$	Totale
effectif n_i	7	23	43	14	11	2	100
centres c_i	157.5	162.5	167.5	172.5	177.5	182.5	
ECC	7	30	73	87	98	100	
n_ic_i	1102.5	3737.5	7202.5	2415	1952.5	365	16775
$n_ic_i^2$	173643.75	607343.75	1206418.75	416587.5	346568.75	66612.5	2817175

1- Calculer la moyenne arithmétique $\overline{X} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{6} n_ic_i$ (1.5pts)

$\overline{X} = \frac{1}{100}\left(7\,(155) + 23\,(162.5) + 43\,(167.5) + 14\,(172.5) + 11\,(177.5) + 2\,(185)\right)$
Alors $\overline{X} = 167.75$.
La variance $V(X) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} n_ic_i^2 - \overline{X}^2$. (2pts)
$V(X) = \frac{1}{100}(2817175) - (167.75)^2 = 31.6875$. Donc $V(X) = 31.6875$. (0.5pts)
l'écart-type $\sigma_x = \sqrt{V(X)} = \sqrt{31.6875}$, ce qui donne $\sigma_x = 5.6291$
2- Déterminer la médiane Me. (2pts)
$Me = a + L\left(\frac{\frac{N}{2} - ECC_{e-1}}{n_e}\right)$. Où :
a : La borne inférieure de la classe médiane.
ECC_{e-1} : L'effectif cumulé croissant de la classe qui précède de la classe médiane
N : L'effectif total.
n_e : L'effectif de la classe médiane.
L : L' amplitude de la classe médiane. $i.e.$, $L = b - a$.
On a $\frac{100}{2} = 50$, alors la classe médiane est $[165, 170[$, on déduit
$Me = 165 + 5\left(\frac{\frac{100}{2} - 30}{43}\right) = 167.325$.



التمرين الثاني: *(6.5pts)*

1 - حساب عدد الحالات الممكنة هي $C_{12}^{3} = \frac{12!}{3!(12-3)!} = 220$

2- حساب إحتمال الأحداث التالية:

A: سحب ثلاث كريات من نفس اللون. إما (3R) أو (3B) أو (3N)

$$P(A) = \frac{C_5^3 + C_4^3 + C_3^3}{220} = \frac{3}{44}$$

B: سحب ثلاث كريات ألوانها مختلفة تماما. معناه (مثنى مثنى) و بالتالي

(1R) و (1B) و (1N)

$$P(B) = \frac{C_5^1 \times C_4^1 \times C_3^1}{220} = \frac{3}{11}$$

C : سحب ثلاث كريات ألوانها مختلفة .(حادثة عكسية للحادثة A)

$$P(C) = 1 - P(A) = \frac{41}{44}$$

D : سحب كريتان سودوان على الأكثر. .(حادثة عكسية للحادثة $\bar{D}$) حيث

$\bar{D}$: سحب ثلاث كريات سوداء

$$P(\bar{D}) = 1 - \frac{C_3^3}{220} = 1 - P(D) = \frac{219}{220}$$

E : سحب كريتان بيضوان على الأقل إما (2B و $\bar{B}$ 1) أو (3B و $\bar{B}$0)

$$P(E) = \frac{C_4^2 \times C_8^1 + C_4^3 \times C_8^0}{220} = \frac{13}{59}$$

التمرين الثالث:*(7pts)*

1- إثبات أن $P(A) = \sum_{i=1}^{3} P(H_i) P(A/H_i)$

بما ان $A \subset \Omega$ و Ω فضاء العينة و بالتالي $A = A \cap \Omega$ عندئذ

$$A = A \cap (H_1 \cup H_2 \cup H_3)$$

$$A = (A \cap H_1) \cup (A \cap H_2) \cup (A \cap H_3)$$

$$P(A) = P(A \cap H_1) + P(A \cap H_2) + P(A \cap H_3)$$

$$P(A) = P(A \cap H_1) + P(A \cap H_2) + P(A \cap H_3)$$

$$P(A) = P(H_1)P(A/H_1) + P(H_2)P(A/H_2) + P(H_3)P(A/H_3)$$

$$P(A) = \sum_{i=1}^{3} P(H_i) P(A/H_i)$$

2- يعطى قانون بايز(*Formule de Bayes*) بالعلاقة التالية:

$$P(H_k/A) = \frac{P(H_k)P(A/H_k)}{\sum_{i=1}^{3} P(H_i)P(A/H_i)}$$

3- لتكن Ω مجموعة الصناديق الثلاث U_1, U_2, U_3.

نلاحظ أن $\{U_1, U_2, U_3\}$ *تشكل تجزئة لـ* Ω

نعتبر الأحداث التالية:

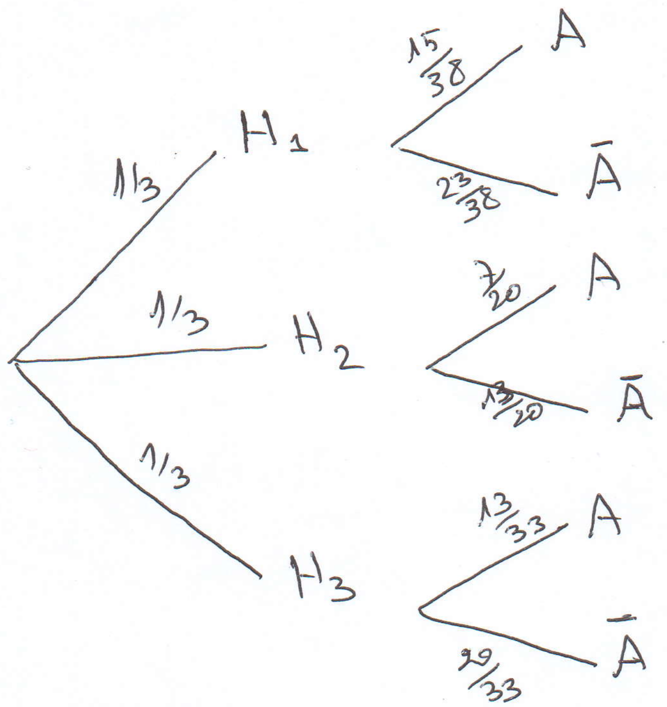
A: سحب خاتم ذهبي.

H_k: سحب صندوق U_k مع $k \in \{1,2,3\}$ من المعطيات لدينا :

$$P(H_1) = P(H_2) = P(H_3) = \frac{1}{3}$$

$P\,(A/H_1) = \frac{15}{38}$, $P\,(A/H_2) = \frac{7}{20}$, $P\,(A/H_3) = \frac{13}{33}$

أ- شجرة الاحتمالات



ب- باستعمال قانون الاحتمالات الكلية (في السؤال ١-)

$$P(A) = P(H_1)\,P(A/H_1) + P(H_2)\,P(A/H_2) + P(H_3)\,P(A/H_3)$$

$$P(A) = \frac{1}{3}\left(\frac{15}{38}\right) + \frac{1}{3}\left(\frac{7}{20}\right) + \frac{1}{3}\left(\frac{13}{33}\right) = 0,37$$

جـ- إذا علم أن الخاتم ذهبي فما احتماله من الصندوق H_3

$$P(H_3/A) = \frac{P(H_3)\,P(A/H_3)}{P(A)} = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{13}{33}\right)}{0,37}$$

ومنه $\boxed{P\,(H_3/A) = 0,34}$