

Université de Mohamed BOUDIAF – Msila
Faculté de Technologie
Département d'Electronique

Matière : Traitement Avancé du Signal 01
M1 – Instrumentation

Chapitre 1 - Partie 2 :
Rappels sur les filtres analogiques

Pr. Khaled ROUABAH

Année universitaire 2023/2024

Filtre analogique

- Un filtre analogique est tout système qui fonctionne sur des signaux en temps continu;
- Les filtres analogiques linéaires invariants dans le temps (LIT) peuvent être caractérisés par leur réponse impulsionnelle continue. C'est une fonction du temps;
- Les filtres analogiques peuvent être décrits par une équation différentielle;
- La transformée de Laplace est utilisée pour la description de leurs fonctions de transfert;
- Dans le monde réel, les filtres analogiques sont souvent des modèles électriques.

Rôle & Applications du Filtre analogique

Le filtrage est une opération de traitement de signal, obtenu en faisant passer le signal à travers un circuit électronique dans le but de modifier sa distribution spectrale (Spectre) et par conséquent sa forme temporelle.

Quelques exemples:

- ❖ La séparation des signaux utiles des signaux indésirables;
- ❖ Le filtrage de la tension d'erreur dans une boucle d'un asservissement (ex : PLL ou DLL);
- ❖ Le filtrage antirepliement dans les composants CAN et CNA ;
- ❖ Le filtrage des interférences issues des produits d'intermodulation après utilisation des amplificateurs.

Domaines d'application:

Les domaines d'application sont nombreux. On peut citer par exemple:

- ❖ Les systèmes de télécommunication (téléphone, télévision, radio, transmission de données...);
- ❖ Les systèmes d'acquisition et de traitement de signaux physiques (surveillance
- ❖ Médicale, ensemble de mesure, radars...)

Filtre idéal /Filtre réel

- ❖ Un filtre idéal transmettrait toutes les composantes utiles sans atténuation ni déphasage;
- ❖ Il élimine complètement les signaux indésirables.

Problème:

- ❖ C'est un système qui est physiquement irréalisable. En effet, une atténuation nulle dans la bande passante, une atténuation infinie dans la bande coupante une transition raide sont des caractéristiques d'une réponse non réalisable.

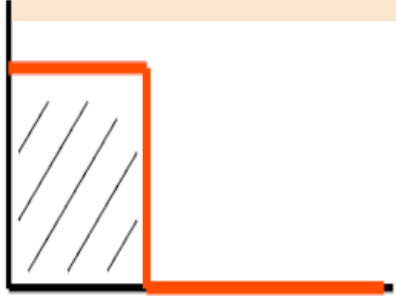
Solution:

Utiliser des filtres réels → Définir un gabarit, précisant :

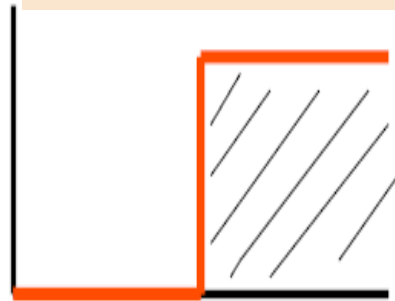
- L'Atténuation maximum tolérée en bande passante;
- L'Atténuation minimum en bande coupée;
- La fréquence de coupure;
- La fréquence de frontière.

Filtre idéal / Filtre réel

Passe-bas



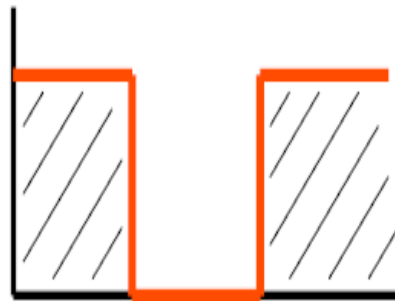
Passe-haut



Passe-bande

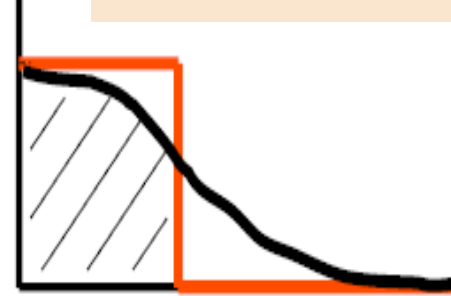


Coupe-bande



Filtre Idéal

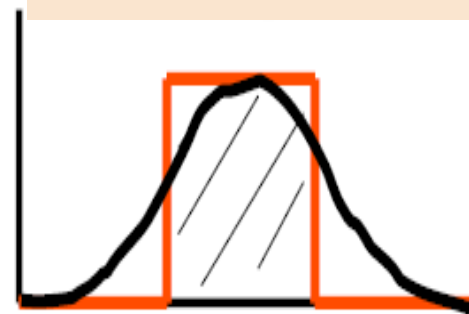
Passe-bas



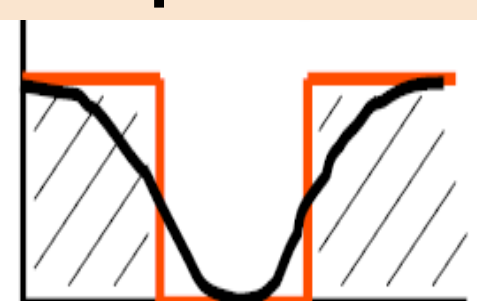
Passe-haut



Passe-bande



Coupe-bande



Filtre réel

Différents types de filtres analogiques

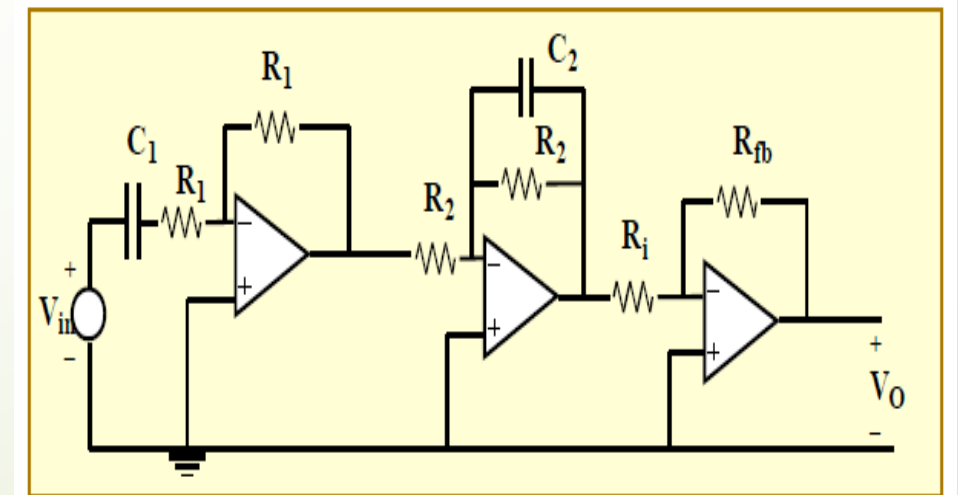
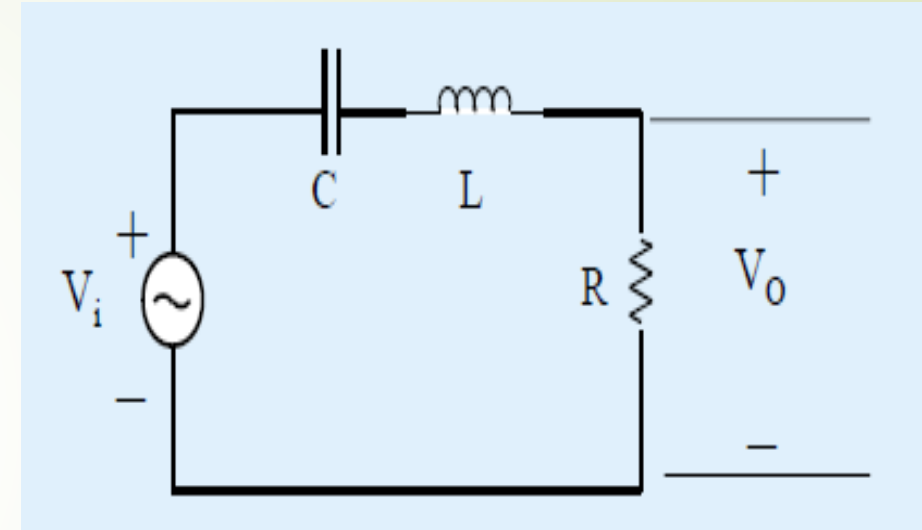
Les filtres analogiques se divisent en plusieurs catégories :

Les filtres passifs:

- Utilisent dans leurs circuits des inductances et des condensateurs;
- Jusque dans les années 70, c'était les seuls filtres conçus;
- Actuellement, ils sont utilisés dans les étages Radiofréquence (RF) travaillant dans les hautes fréquences.

Les filtres actifs:

- Ils sont constitués de condensateurs, de résistances et d'éléments actifs;
- Ils sont moins encombrants;
- Ils sont faciles à concevoir;
- Ils sont moins coûteux que les filtres passifs;
- Ils sont limités en fréquence ($< 1\text{MHz}$).
- Ils consomment plus de puissance d'alimentation.



Filtre Actif versus filtre actif

Base de comparaison	Filtre Actif	Filtre Passif
Composé de	Composants actifs comme les AOP, Transistor etc.	Composants passifs comme les résistances, les capacités, les inductances etc.
Coût	Elevé	Comparativement faible
Complexité	Plus complexe	Moins complexe que le filtre actif.
Poids	Faible	Comparativement plus volumineux
Facteur Q	Elevé	Très faible par rapport aux filtres actifs.
Alimentation externe	Exigée	Non exigée

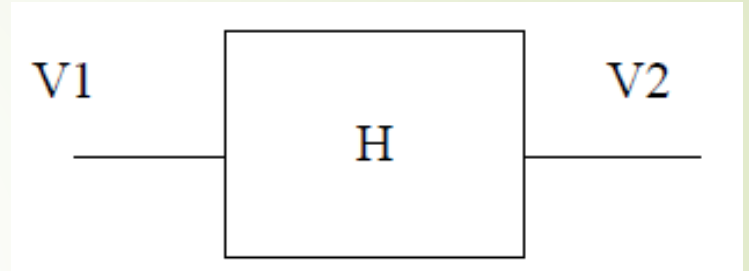
Théorie des Filtres

Réponse en fréquence

Un filtre est caractérisé par sa réponse en fréquence qui représente son comportement dans le domaine fréquentiel. Cette fonction donne la relation entre la tension de sortie et la tension d'entrée du filtre. Elle est donnée par la relation suivante:

$$H(j\omega) = \frac{V2}{V1}$$

$$H_{dB} = 20 \bullet \log \left| \frac{V2}{V1} \right| \quad \varphi = \text{Argument}[H(j\omega)]$$



fonction d'atténuation

Parfois, on préfère définir un filtre par rapport à l'atténuation qu'il amène sur la grandeur d'entrée. Elle est donnée par:

$$A(j\omega) = \frac{1}{H(j\omega)} = \frac{V1}{V2}$$

En Décibel, on a $A(dB) = -H(dB)$

Théorie des Filtres

Système réel linéaire

Symétrie hermitienne →

$$H(j\omega) = H^*(-j\omega)$$

On en déduit :

$$\operatorname{Re}\{H(j\omega)\} = \operatorname{Re}\{H(-j\omega)\} \Rightarrow \operatorname{Re}\{H(j\omega)\} \quad \text{pair}$$

$$\operatorname{Im}\{H(j\omega)\} = -\operatorname{Im}\{H(-j\omega)\} \Rightarrow \operatorname{Im}\{H(j\omega)\} \quad \text{impair}$$

On en déduit aussi :

$$|H(j\omega)| \quad \text{pair}$$

$$\varphi(j\omega) = \angle H(j\omega) \quad \text{impaire}$$

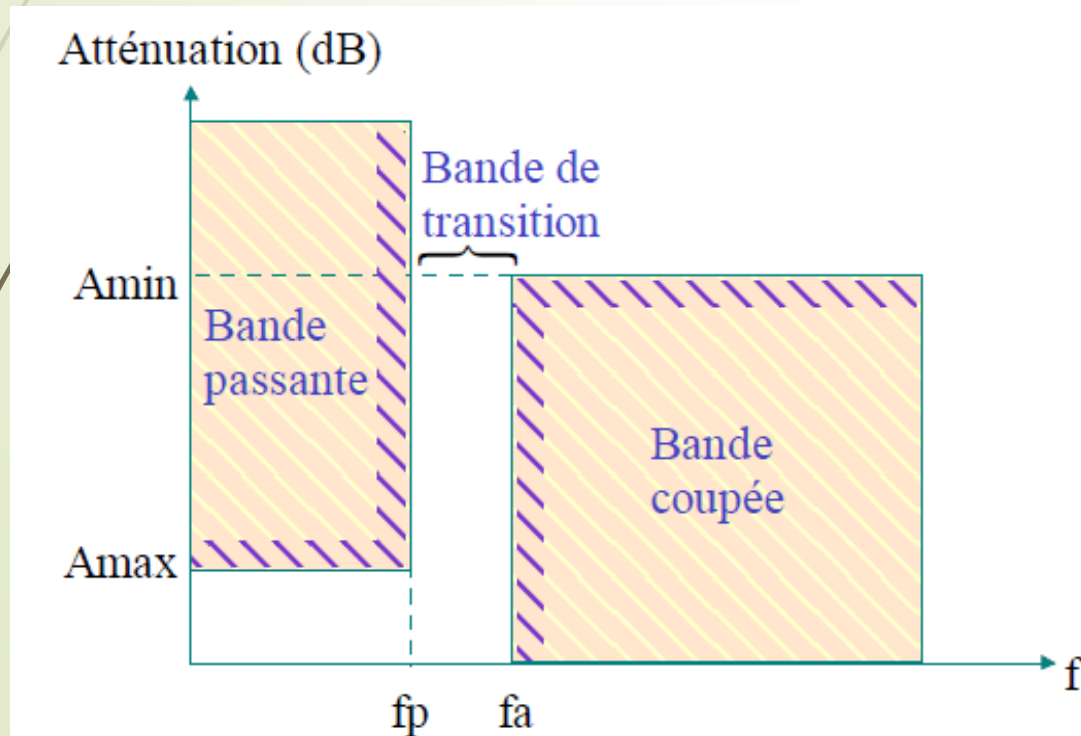
$$|H(j\omega)|^2 = H(j\omega)H^*(j\omega) = H(j\omega)H(-j\omega)$$

Filtre réel – Gabarit

Pour la conception des filtres, on est conduit à définir un **gabarit** définissant des zones interdites et des zones dans lesquelles devront impérativement se situer les graphes représentant l'atténuation du filtre en fréquence.

Suivant le type de réponse que l'on désire obtenir, on est amené à définir 4 familles de Filtres à savoir:

Filtre passe-bas



→ Pour ce type de filtre, la sélectivité

est définie par : $k = \frac{f_p}{f_a}$.

→ $k < 1$ dans le cas d'un filtre réel.

→ $k = 1$ dans le cas du filtre idéal.

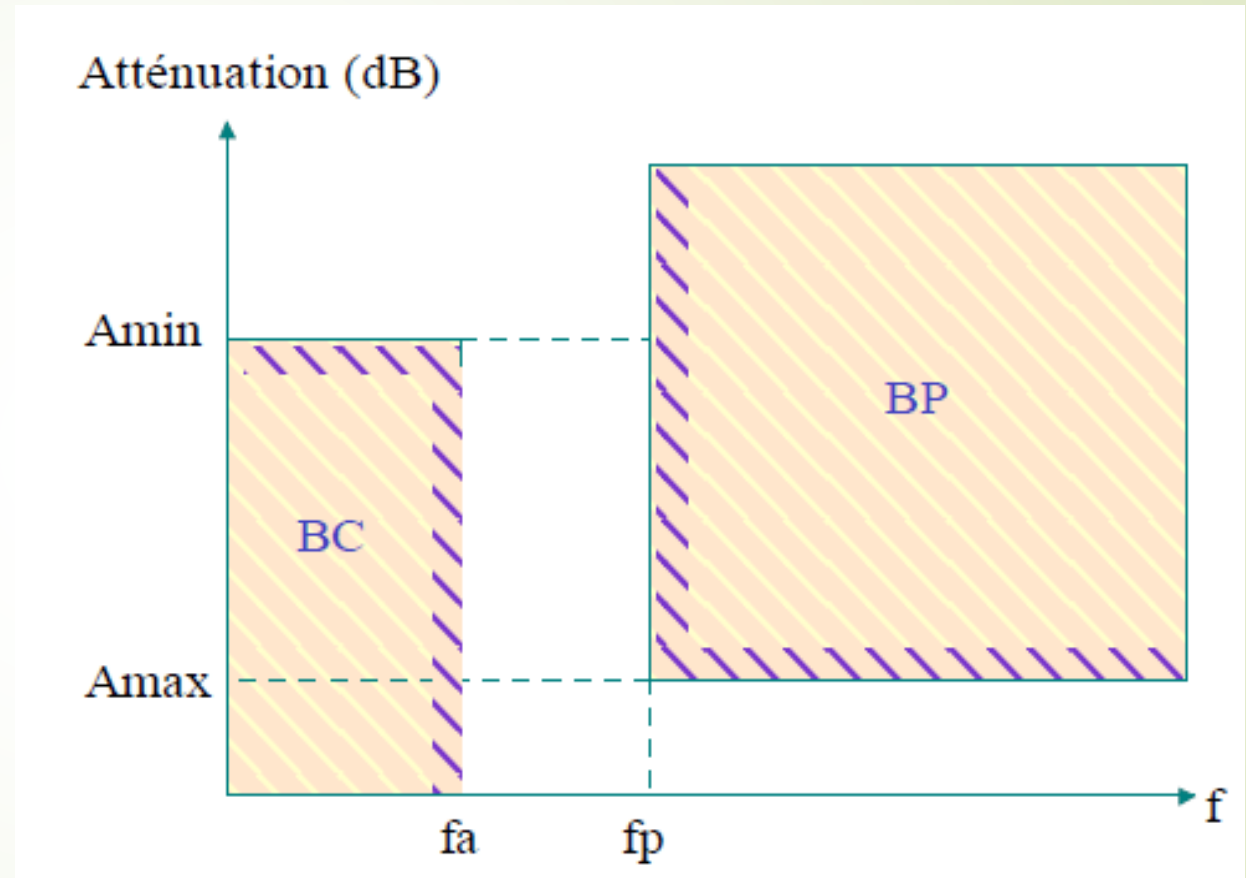
→ k donne une indication de la largeur de la bande de transition.

→ Plus k est grand, plus le filtre est sélectif.

Filtre réel – Gabarit suite

Filtre passe-haut

- $A_{\max}$ = Ondulation (ripple) maximale dans la bande passante;
- $A_{\min}$ = Ondulation (ripple) minimale dans la bande atténuée (coupée)

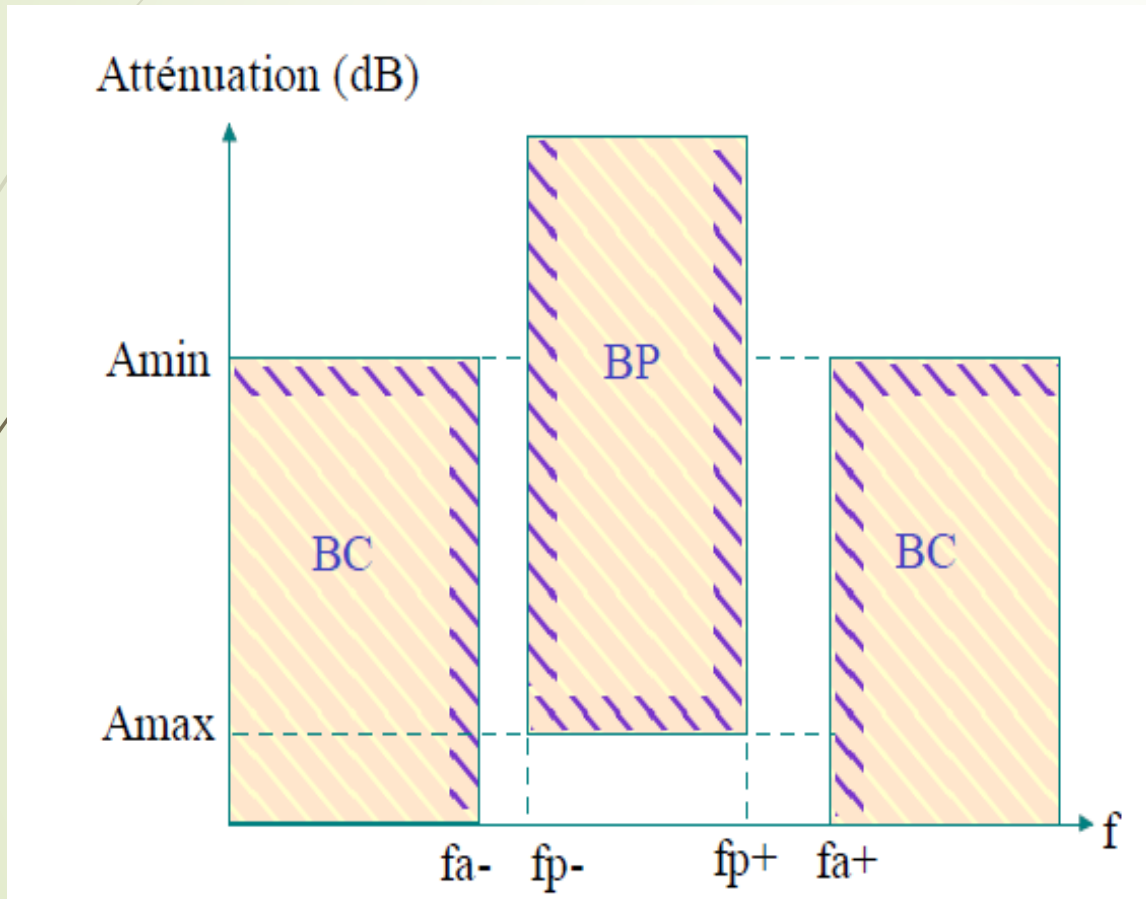


→ Pour ce type de filtre, la sélectivité

est définie par : $k = \frac{f_p}{f_a}$.

Filtre réel – Gabarit suite

Filtre passe-bande



La sélectivité de ce filtre est donnée par:

$$k = \frac{\Delta f_p}{\Delta f_a} = \frac{f_p^+ - f_p^-}{f_a^+ - f_a^-}.$$

La fréquence centrale est donnée par:

$$f_0 = \sqrt{f_p^+ \times f_p^-}.$$

La largeur de bande passante est donnée par:

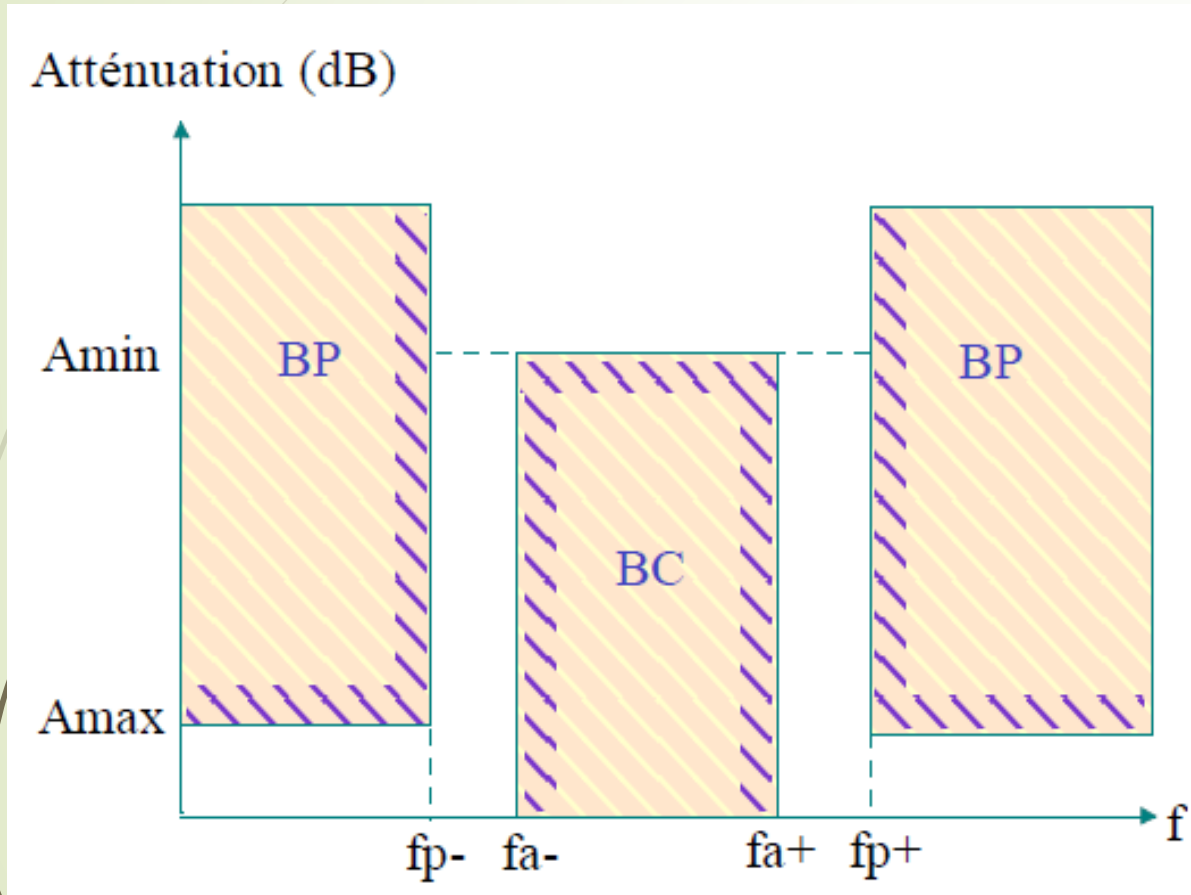
$$\Delta f_p = f_p^+ - f_p^-.$$

Un filtre passe-bande est symétrique si :

$$f_p^+ \times f_p^- = f_a^+ \times f_a^- = f_0^2.$$

Filtre réel – Gabarit suite

Filtre coupe-bande



La sélectivité de ce filtre est donnée par:

$$k = \frac{\Delta f_a}{\Delta f_p} = \frac{f_a^+ - f_a^-}{f_p^+ - f_p^-}.$$

La fréquence centrale est donnée par:

$$f_0 = \sqrt{f_p^+ \times f_p^-}.$$

La largeur de bande coupante est donnée par:

$$\Delta f_a = f_a^+ - f_a^-.$$

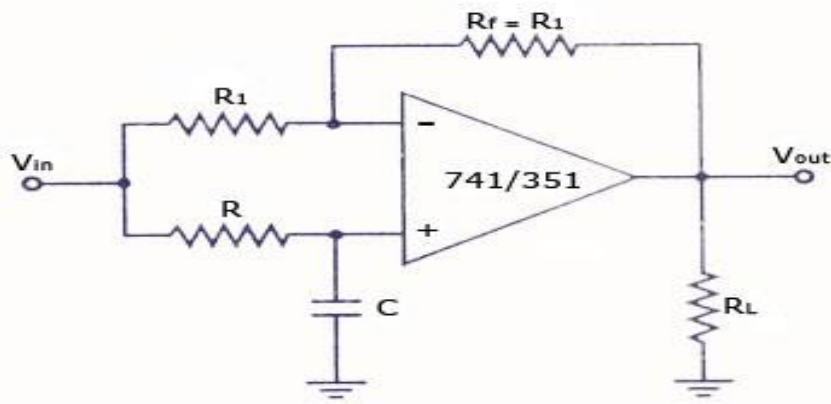
Un filtre coupe-bande est symétrique si :

$$f_p^+ \times f_p^- = f_a^+ \times f_a^- = f_0^2.$$

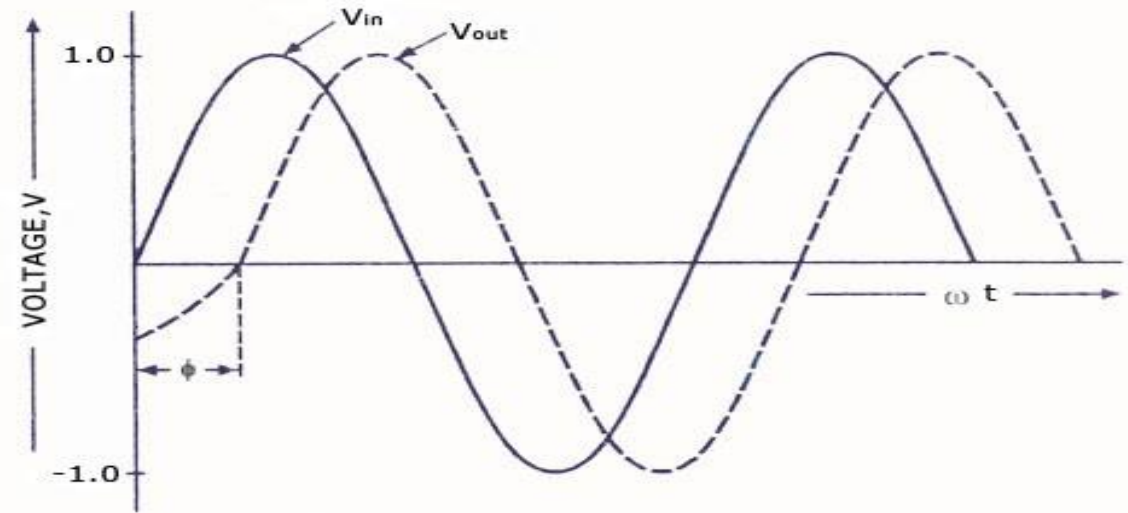
Filtre réel – Gabarit suite

Filtre Passe-tout

- Un filtre passe-tout est un filtre qui a une réponse en amplitude unité;
- C'est un filtre qui fournit un déphasage;
- C'est un filtre qui est utilisé pour générer des lignes à retard;
- Il peut être utilisé en cascade avec un ensemble de filtres pour répondre à la spécification de retard de groupe.



Circuit Diagram



Input and Output Waveforms

All Pass Filter

Filtre réel – Sélectivité et bande relative

Le tableau suivant résume la sélectivité k et la largeur de bande relative B des quatre types de filtres.

Type de filtre	Sélectivité k	Bande relative B	Fréquence de référence
Passe-bas	$\frac{f_p}{f_a}$		f_p
Passe-haut	$\frac{f_a}{f_p}$		f_a
Passe-bande	$\frac{f_p^+ - f_p^-}{f_a^+ - f_a^-}$	$\frac{f_p^+ - f_p^-}{f_o}$	f_o
Coupe-bande	$\frac{f_a^+ - f_a^-}{f_p^+ - f_p^-}$	$\frac{f_a^+ - f_a^-}{f_o}$	f_o

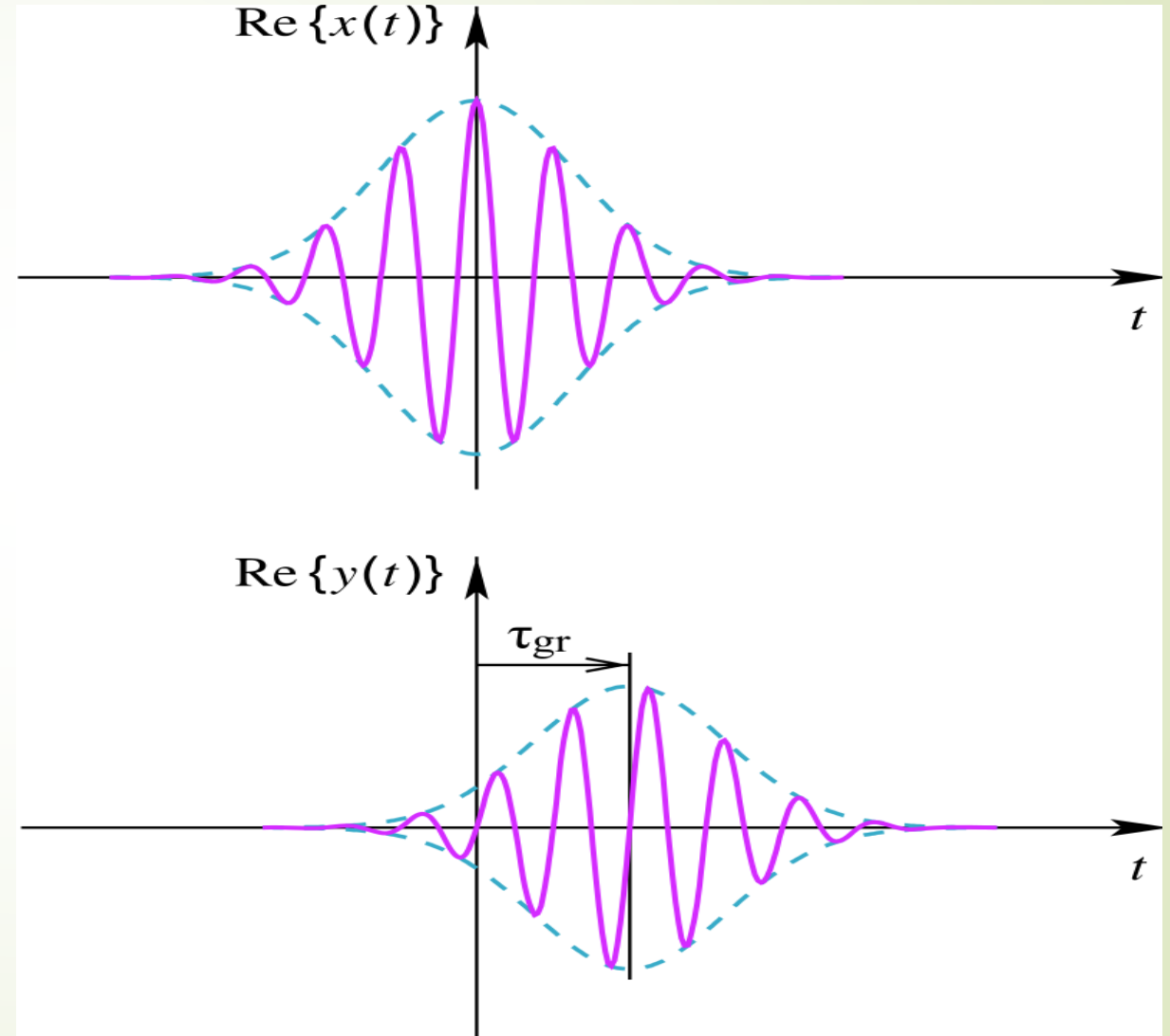
Filtre réel – Temps de propagation de groupe

Le temps de propagation de groupe

τ est défini par : $\tau = \frac{d\varphi}{d\omega}$

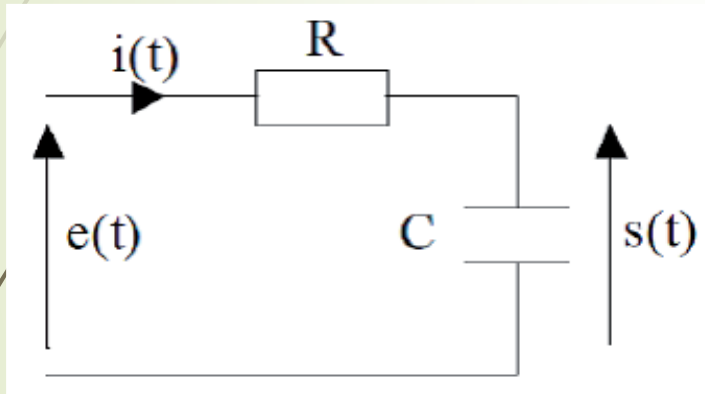
Ce paramètre caractérise le retard apporté par le filtre sur les différents harmoniques du signal d'entrée.

Pour ne pas apporter de distorsion, il faut que le filtre soit à phase linéaire.



Equation différentielle

- Dans les SLIT, les signaux d'entrée et de sortie sont liés entre eux par des équations différentielles à coefficients constants;
- Pour les filtres passifs, ces coefficients constants sont des résistances, des capacités et/ou des inductances;
- Considérons le circuit passif montré dans la figure ci-dessous:



→ En utilisant la loi des mailles, on peut écrire:

$$RC \frac{ds(t)}{dt} + s(t) = e(t)$$

→ L'équation différentielle d'ordre N est donnée par:

$$\sum_{n=0}^N a_n \frac{d^n s(t)}{dt^n} = \sum_{n=0}^M b_n \frac{d^n e(t)}{dt^n}$$

- Dans ce cas, l'ordre N est celui de la dérivée la plus élevée de $s(t)$.
- La solution de cette équation différentielle est de la forme: $s(t) = s_1(t) + s_2(t)$.
- $s_1(t)$ est la solution générale sans le 2^{ème} membre;
- $s_2(t)$ est la solution particulière avec le 2^{ème} membre.

Réponse en fréquence pour un filtre d'ordre N

→ Le calcul des TF des deux termes de l'équation différentielle précédente donne:

$$TF \left[\sum_{n=0}^N a_n \frac{d^n s(t)}{dt^n} \right] = TF \left[\sum_{n=0}^M b_n \frac{d^n e(t)}{dt^n} \right]$$

→ En utilisant les propriétés de la TF, on obtient:

$$TF[s(t)] \sum_{n=0}^N a_n (j2\pi f)^n = TF[e(t)] \sum_{n=0}^M b_n (j2\pi f)^n. \rightarrow$$

$$S(f) \sum_{n=0}^N a_n (j2\pi f)^n = E(f) \sum_{n=0}^M b_n (j2\pi f)^n. \rightarrow$$

$$H(f) = \frac{S(f)}{E(f)} = \frac{\sum_{n=0}^M b_n (j2\pi f)^n}{\sum_{n=0}^N a_n (j2\pi f)^n}.$$

$H(f)$ peut se mettre sous la forme: $H(f) = |H(f)| \exp(j\varphi_H(f))$.

$H(f)$ est la TF de $h(t)$.

$|H(f)|$, le module de $H(f)$, est la réponse en amplitude.

$\varphi_H(f)$, la phase de $H(f)$, est la réponse en phase.

$\varphi_H(f)$ est la réponse en phase.

$$|H(f)| = |H(-f)|. \quad \varphi_H(f) = -\varphi_H(-f).$$