

Exercice n°1

Calculez les transformées de Laplace des fonctions temporelles suivantes :

a) $f(t) = e^{-at}$

b) $f(t) = \cos(\omega t)$

c) $f(t) = t^n \quad n \geq 1$

d) $f(t) = t^5 e^{2t}$

e) $f(t) = 3(1 - e^{-4t})$

$$f) \quad f(t) = \begin{cases} A & 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

$$g) \quad f(t) = \begin{cases} Ae^{-\alpha t} & 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

h) $f(t) = e^{-0.5t} u(t - 2)$

i) $f(t) = \frac{t^2}{2}$

j) $f(t) = \sin(2t + \frac{\pi}{4})$

k) $f(t) = e^{-0.5t} \sin(\omega t) + \cos(\omega t + \varphi)$

l) $f(t) = t e^{-at} \delta(t - 1)$

m) $f(t) = t u(t - 2) + \sin(2\pi t - \frac{\pi}{4}) u(t - 3)$

avec : $u(t)$: échelon unitaire
 $\delta(t)$: impulsion de Dirac

Exercice n°2

Calculez les transformées inverses de Laplace des fonctions suivantes :

a) $F(p) = \frac{2}{p(p+1)(p-2)}$

b) $F(p) = \frac{p(p+2)}{p^2 + 2p + 2}$

c) $F(p) = \frac{2p^2 + 7p + 8}{p^2 + 3p + 2}$

d) $F(p) = \frac{5p + 16}{(p+2)^2(p+5)}$

e) $F(p) = \frac{2(p+2)}{p^2 - 2p + 2}$

f) $F(p) = \frac{5(p+2)}{p^2(p+1)(p+3)}$

Exercice n°3

Résolution d'équations différentielles en utilisant les transformées de Laplace :

a) $\ddot{y}(t) + 3y(t) = \sin(t)$

avec $y(0) = 1; \dot{y}(0) = 2$

b) $\ddot{y}(t) + 4\dot{y}(t) + 20y(t) = 4$

avec $y(0) = -2; \dot{y}(0) = 0$

c) $\frac{d^3 y(t)}{dt^3} + 5 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 6 \frac{dy(t)}{dt} = 0$

avec $y(0) = 3; \dot{y}(0) = -2; \ddot{y}(0) = 7$

Exercice n°4

En utilisant les théorèmes des valeurs initiale et finale, calculez $s(t \tilde{E} 0^+)$ et $s(t \tilde{E} \infty)$ pour les fonctions suivantes :

a) $S(p) = \frac{p^2 + 2p + 4}{p^3 + 3p^2 + 2p}$

b) $S(p) = \frac{p^3 + 2p^2 + 6p + 8}{p^3 + 4p}$