1

Impédance d'entrée d'un Dipôle Epais

Les dipôles épais ont un diamètre d donné par : $d \geq \lambda / 100$.

Le calcul de Z_e est très compliqué. Les expressions de $Z_e = R_e + jX_e$ doivent être résolues numériquement. Dans ce qui suit, nous donnons des expressions relativement simple obtenues à l'aide de méthodes approchées.

Approximation des lignes à pertes.

Cette approximation revient à considérer que la répartition de courant le long des Antennes est la même que sur une ligne bifilaire à pertes en circuit ouvert

Z_e est dans ce cas donnée par :

$$Z_e = Z_c \coth(\alpha + j\beta)\ell$$

avec :

$$Z_c = R_c\left(1 - j\frac{\alpha}{\beta}\right) \Rightarrow$$

$$R_e = R_c \frac{sh(2\alpha\ell) - (\alpha/\beta)\sin 2\beta\ell}{ch\, 2\alpha\ell - \cos 2\beta\ell}$$

$$X_e = -R_c \frac{(\alpha/\beta)\, sh(2\alpha\ell) + \sin 2\beta\ell}{ch(2\alpha\ell) - \cos 2\beta\ell}$$

Avec :

$$\beta = K = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad \alpha = \frac{(k\ell)^2}{2\ell H}, \quad H = 2\left[\ln\left(\frac{2\ell}{a}\right) - 1\right]$$

$$R_c = 60H$$

2) Dans le cas où $\frac{\ell}{\lambda} << H/\pi$, Z_e est donnée par :

$$R = \simeq 60(\beta\ell)^2 \frac{1-\frac{\sin 2\beta\ell}{2\beta\ell}}{1-\cos(2\beta\ell)}$$

$$X_e = -60H \,\mathrm{cotg}\, \beta\ell$$

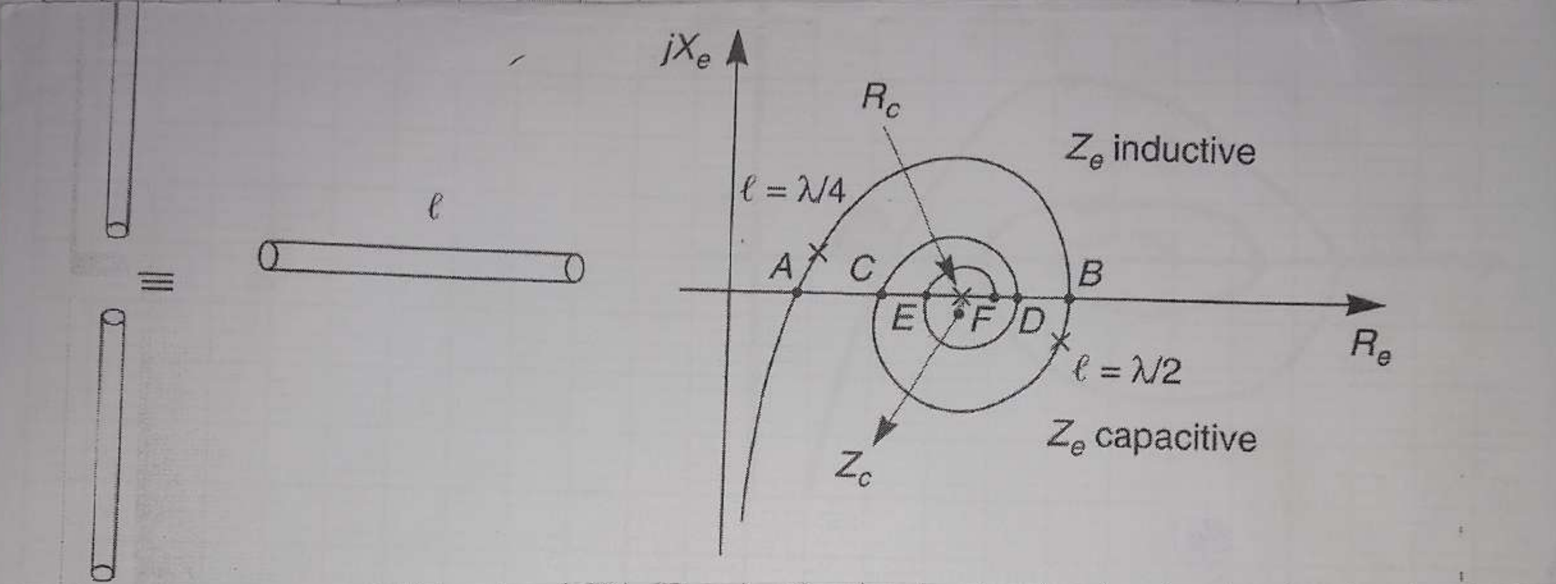

Figure : Variation de l'impédance Z_e d'un dipôle épais en fonction de sa longueur 2ℓ dans le plan complexe.

La courbe obtenue est une courbe en spirale qui $\longrightarrow Z_c$ lorsque $\ell \longrightarrow \infty$.
$Z_e \longrightarrow 0 - j\infty$ quand $\ell \longrightarrow 0$.
Cette courbe coupe l'axe des réels en des points A, C, E pour des valeurs de ℓ un peu < à $\lambda/4$, $3\lambda/4$, $5\lambda/4$ (R_e croissante).
Elle coupe l'axe des réels aussi en B, D, F obtenus pour ℓ un peu < $\lambda/2$, $2\lambda/2$, $3\lambda/2$ (R_e décroissante).
La valeur limite commune à tous ces points est la partie réelle de l'impédance caractéristique R_c.

3) Formules de R.A. Smith.

Valables pour des dipôles $\lambda/2$ isolés dans l'espace.

Z_e est donnée par :

$$Z_e = 73{,}2 - \frac{5400}{R_c} + j\left(42{,}5 - \frac{9700}{R_c}\right)$$

$$R_c = 120\left[\ln\left(\frac{\lambda}{d}\right) - 1\right]$$

pour ℓ un peu plus petite de $\lambda/2$, Z_e devient réelle.

La longueur, dite de résonance, de chacune des deux tiges est :

$$\ell = \frac{\lambda}{4}\left(1 - \frac{27}{R_c} + \frac{2300}{R_c^2}\right).$$

En dehors de la résonance, il y a apparition d'une réactance X_e donnée par :

$$X_e = R_c\left(1 - \frac{100}{R_c}\right)2\pi\frac{\Delta\ell}{\ell} \text{ si :}$$

ℓ varie de $\Delta\ell$.

$$X_e = R_c\left(1 - \frac{100}{R_c}\right)\frac{\pi}{2}\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \text{ si :}$$

λ varie de $\Delta\lambda$

Impédance Z_e d'un dipôle Fin

Dans ce cas $(d \leq \lambda/1000)$, les formules de Z_e sont plus difficiles à exploiter. King a fourni un ensemble de courbes fournissant Z_e en fonction de ℓ.

4) Formules de Z_e.

Ces formules ont été calculées par la méthode de la force électromotrice induite R_e et X_e sont données comme suit :

$$R_e = \frac{60}{\sin^2 x}\left\{\sin 2x\left[Si(2x) - \frac{1}{2}Si(4x)\right] \times \right.$$
$$\times\left(1+\cos 2x\right)\left(\ln(2x\gamma) - Ci(2x)\right)$$
$$\left. - \frac{\cos 2x}{2}\left(\ln(4x\gamma) - Ci(4x)\right)\right\}$$

Si est le sinus intégral, Ci est le cos intégral

$$X_e = \frac{30}{\sin^2 x}\left\{2Si(2x) + \left[2Si(2x) - Si(4x)\right]\cos 2x\right.$$
$$- \left[\ln\frac{4\ell}{a^2} - 2,414 - Ci(4x) + 2Ci(2x)\right]\times$$
$$\left.\times \sin(2x)\right\}$$

Avec : $Si(u) = \int_0^u \frac{\sin y}{y}\,dy$

$Ci(u) = -\int_u^{+\infty} \frac{\cos y}{y}\,dy$

$$x = \frac{2\pi l}{\lambda}$$

$$\ln\gamma = 0.5772$$

Courbes de King

Les courbes donnent les variations de l'impédance $Z_e = R_e + jX_e$ d'un dipôle en fonction de $k\ell = 2\pi\ell/\lambda$ pour 5 valeurs du paramètre a/λ.

Voir la figure suivante.

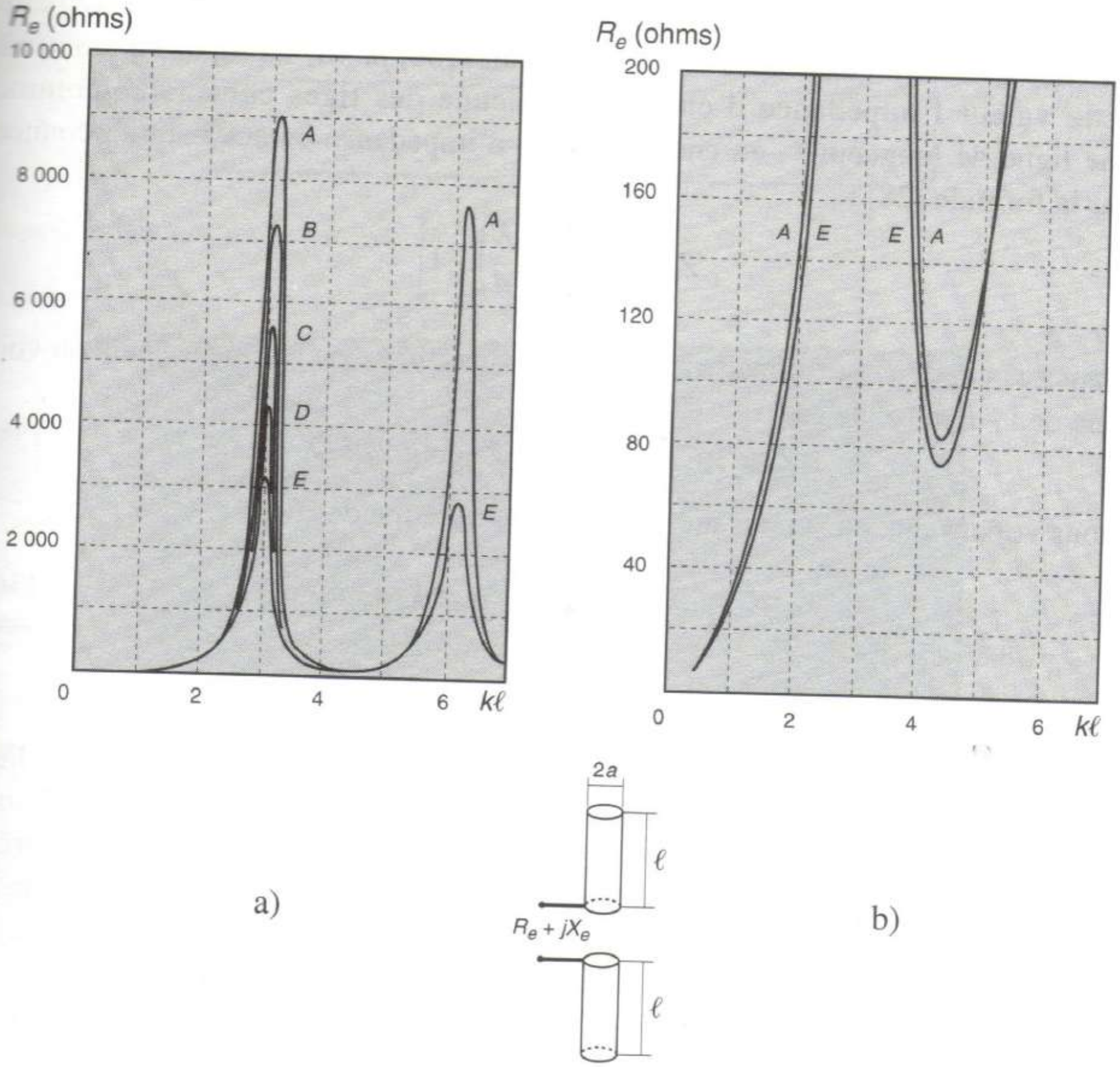

Figure
a. Courbes donnant les variations de la résistance d'entrée d'un dipôle fin en fonction de ses paramètres géométriques.
b. Agrandissement partiel.
D'après Eyraud *et al.* *[51, p. 50].*

$A = \dfrac{a}{\lambda} = 10^{-5}$;

$B = \dfrac{a}{\lambda} = 3 \cdot 10^{-5}$;

$C = \dfrac{a}{\lambda} = 10^{-4}$;

$D = \dfrac{a}{\lambda} = 3 \cdot 10^{-4}$;

$E = \dfrac{a}{\lambda} = 10^{-3}$.

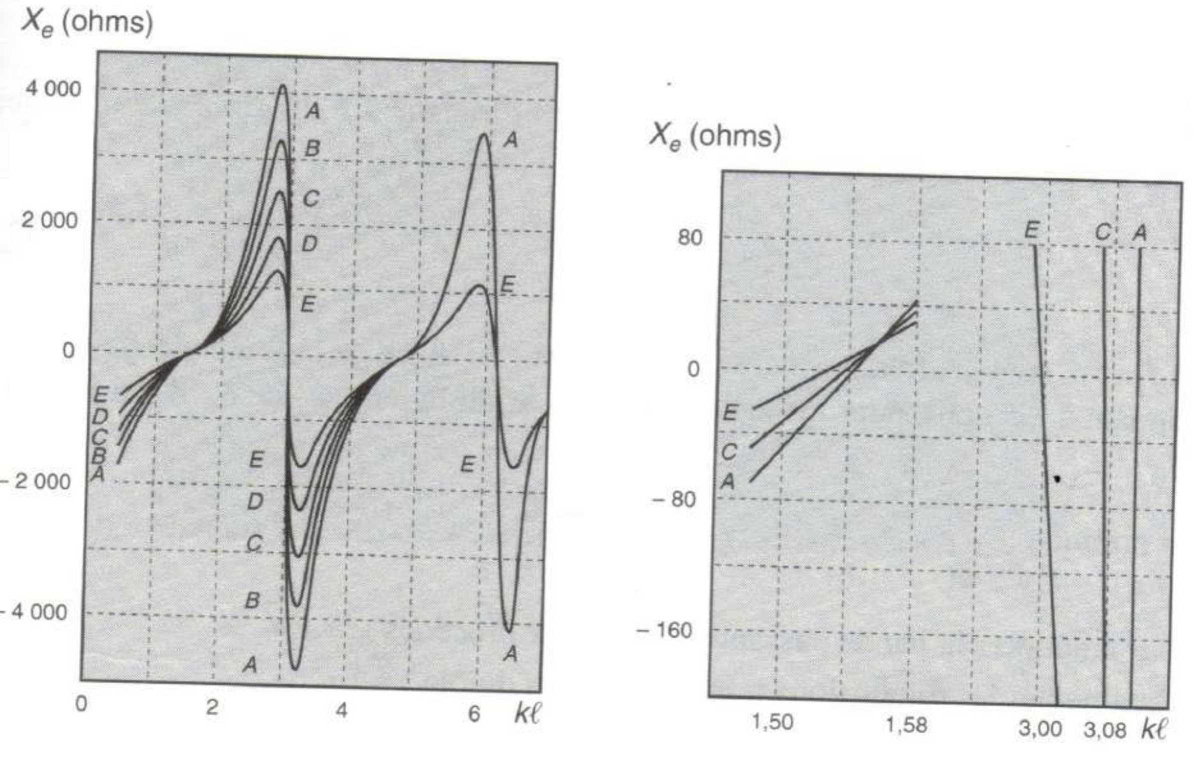

Figure
a. Courbes donnant les variations de la réactance d'entrée d'un dipôle fin en fonction de ses paramètres géométriques.
b. Agrandissement partiel.
D'après Eyraud *et al.* *[51, p. 51].*

5) Cas du dipôle $\lambda/2$.

Dans ce cas, Z_e n'est pas réelle. Elle est donnée par :

$$Z_e = 73,2 + j\,42,5\ \Omega.$$

(Pour un dipôle infiniment fin)
pour tenir compte du diamètre fini des tiges, on ajoute à Z_e, Z_c donnée par :

$$Z_c = 120\left[\ln\left(\frac{\lambda}{d}\right) - 1\right].$$

Dans ces conditions, Z_e est donnée par :

$$Z_e = 73,2 + j\,42,5 - j\,Z_c \cot g(2\pi l/\lambda).$$

Pour une longueur l_0 (de chacune des tiges) donnée par :

$$l_0 = \frac{\lambda}{2\pi} \operatorname{arctg} \frac{Z_c}{42,5} << \lambda/4,$$

nous avons : $Z_e = 73,2\ \Omega$ (réelle).