Exercice N° :01

Soit une antenne constituée par deux doublets verticaux alignés verticalement, comme le montre la figure (1) :

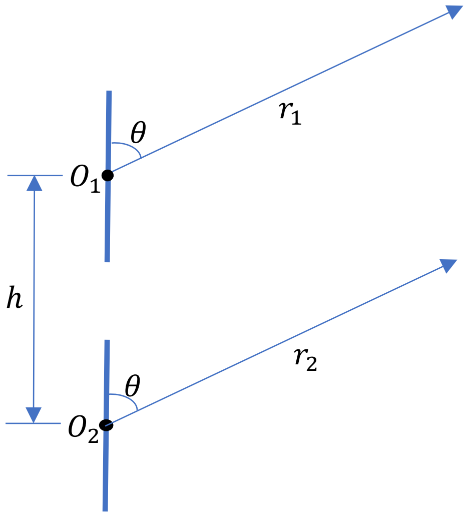

Figure.1. Antenne constituée par deux doublets verticaux

Le champ rayonné, pour chacun des doublets, est donné par :

$\underline{E}_{1d} = \underline{V}_0 \sin\theta \frac{e^{-jkr_1}}{r_1}$; $\underline{E}_{2d} = \underline{V}_0 \sin\theta \frac{e^{-jkr_2}}{r_2}$.

1) Déterminer le champ total rayonné par les deux doublets en zone lointaine ;

On donne :

En zone lointaine, nous avons :

- ✓ $O_1P \parallel O_2P$;
- ✓ $r_2 - r_1 = hcos(\theta)$;
- ✓ $\frac{r_1}{r_2} = 1 - \frac{h}{r_2}\cos(\theta) \approx 1$.

2) Démontrer que ce champ rayonné (en module) peut s'écrire de la forme :

$E_{2d} = E_{1d} \cdot 2K_1$;

3) Que représente le facteur K_1 ?

Maintenant, on répète les questions (1) et (2) pour le cas de l'antenne, constituée de 4 doublets, montrée dans la figure (2) ;

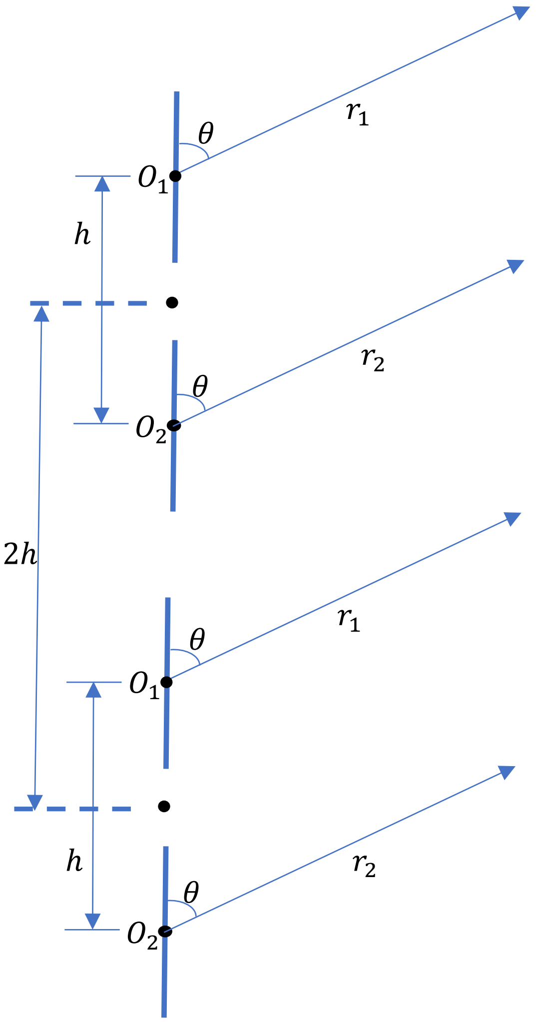

Figure.2. Antenne constituée par deux doublets verticaux

4) Démontrer que ce champ rayonné (en module) peut s'écrire comme suit de la forme $E_{4d} = E_{1d} \cdot 4K_2$;
5) Que représente le facteur K_2 ?

Ex 1 - TD 3

1) Le champ rayonné par les 2 doublets :

Nous avons :

$$\underline{E}_{1d,r_1} = \underline{V}_0 \sin\theta \, \frac{e^{-jkr_1}}{r_1} \quad \left(\text{ou } \frac{e^{-jkr_2}}{r_2}\right)$$

pour les deux doublets, nous avons :

$$\underline{E}_{2d} = E_{1d\,r_1} + E_{1d\,r_2}$$

$$= \underline{V}_0 \sin\theta \left(\frac{e^{-jkr_1}}{r_1} + \frac{e^{-jkr_2}}{r_2} \right)$$

$$= \underline{E}_{1d} \left(1 + \frac{\frac{e^{-jkr_2}}{r_2}}{\frac{e^{-jkr_1}}{r_1}} \right)$$

$$= \underline{E}_{1d} \left(1 + \frac{r_1}{r_2} e^{-jk(r_2-r_1)} \right)$$

Pour un point d'observation situé en zone lointaine, nous avons

$$r_2 - r_1 = h\cos\theta \quad \text{et} \quad \frac{r_1}{r_2} = 1 - \frac{h}{r_2}\cos\theta \simeq 1$$

$$\Rightarrow \underline{E}_{2d} = \underline{E}_{1d} \left(1 + e^{-jkh\cos\theta} \right)$$

$$= \underline{E}_{1d} \, e^{-jk\frac{h}{2}\cos\theta} \left(e^{jk\frac{h}{2}\cos\theta} + e^{-jk\frac{h}{2}\cos\theta} \right)$$

$$= \underline{E}_{1d} \times e^{-jk\frac{h}{2}\cos\theta} \cdot 2\cos\left(k\frac{h}{2}\cos\theta\right).$$

D'où, en module :

2) $$E_{2d} = E_{1d} \cdot 2 \underbrace{\left| \cos\left(\frac{\pi h}{\lambda} \cos\theta \right) \right|}_{K_1}.$$

2) pour le cas de 2 Doublets le résultat est donné par:

$$E_{2d} = E_{1d} \cdot 2 \left| \cos\left(\frac{\pi h}{\lambda} \cos\theta\right) \right|$$

Avec $K_1 = \left| \cos\left(\frac{\pi h}{\lambda} \cos\theta\right) \right|$.

4) pour le cas de 4 doublets

Ici, nous pouvons considérer ces 4 doublets comme de groupements de deux (2) doublets chacun, dont les centres G_1 et G_2 sont distants de $2h$.

Dans ce cas, par analogie avec le cas de 2 doublets, nous avons

$$E_{4d} = E_{2d} \left(1 + e^{-jk2h\cos\theta}\right)$$

$$= E_{2d}\, e^{-jkh\cos\theta} \left(e^{jkh\cos\theta} + e^{-jk\cos\theta}\right)$$

$$= E_{2d}\, e^{-jkh\cos(\theta)} \times 2\cos(kh\cos\theta)$$

$\Rightarrow$ En module, nous avons:

$$E_{4d} = 2E_{2d} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} h \cos\theta\right), \text{ avec : } k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

En remplaçant E_{2d}, on obtient:

$$E_{4d} = 2 \times 2 \times E_{1d} \left| \cos \frac{\pi h}{\lambda} \cos\theta \right| \times \left| \cos \frac{2\pi h}{\lambda} \cos\theta \right|$$

$$= 4 k_2 E_{1d}$$

Avec :

$$K_2 = \left|\cos\left(\frac{\pi h}{\lambda}\cos\theta\right)\right| \times \left|\cos\left(\frac{2\pi h}{\lambda}\cos\theta\right)\right|$$

K_2 est le facteur de la mise en réseau de 4 Doublets.