

✧ Module: TPs des Méthodes Numériques 🧠

TP 🌀 4 : La méthode de Newton

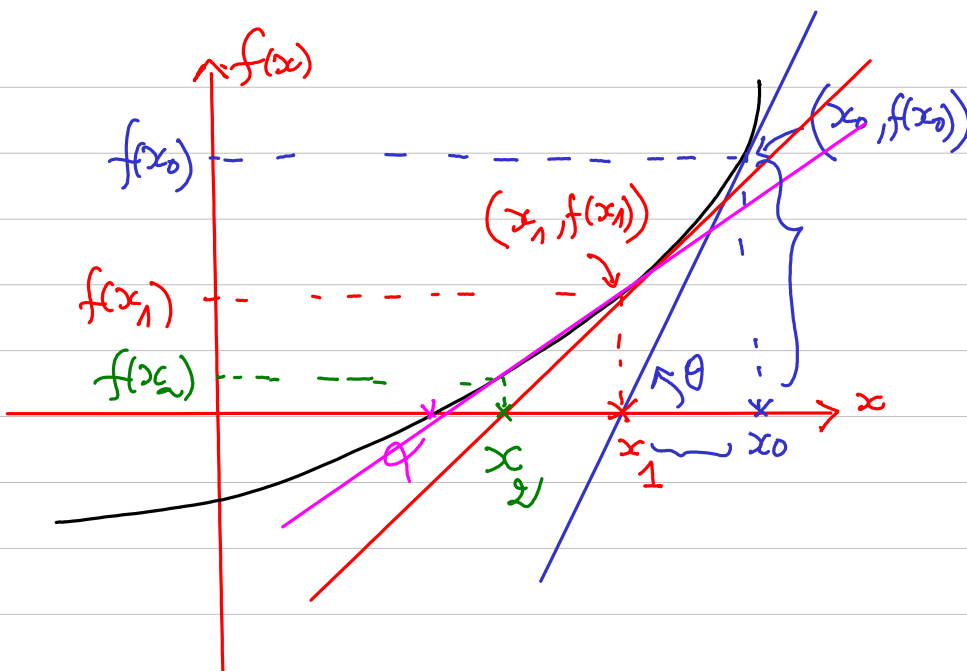
Les objectifs de cette leçon:

- ✓ — Comprendre la méthode.
- ✓ — Écrire un algorithme/organigramme pour cette méthode.
- ✓ — Programmer cette méthode en utilisant l'environnement Matlab.
- ✓ — Être capable d'appliquer cette méthode pour résoudre 1 Eq. non-lin. $f(x) = 0$.
- ✓ — Être capable d'utiliser les différent critères d'arrêt pour quitter l'alg. de la méthode.

Le principe de la méthode :

① Principe :

$f(x) = 0$
chercher α
s.t. $f(\alpha) = 0$.



$$\tan \theta = \frac{f(x_0) - 0}{x_0 - x_1} = f'(x_0)$$

$$\boxed{x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}} \quad \text{--- } \textcircled{1}$$

En suivant les \hat{m} démarches, on peut écrire

$$\begin{aligned} x_2 &= x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} \\ &\vdots \\ x_3 & \end{aligned}$$

Le principe de la méthode:

on peut généraliser l'éq ① pour formuler une séq/ suite des itérées d'une méthode itérative de la façon suivante

✓ ✓

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$$

→ ②

$$x = g(x)$$
$$g(x) = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$$

← cette formule concerne la méthode de Newton.

on peut aussi trouver la m^{ème} formule de ① et ② à partir d'un dev. en séries de Taylor de la fonction f au voisinage de x_0 c-à-d :

$$f(x) = f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!} (x-x_0) + R$$

↘₀

③ Critères d'arrêt : ↗ ①

① $|x_{k+1} - x_k| < \epsilon$ → while

② nombre des itérations (iterMax) → for iter=1: iterMax ↘

③ combinaison de ces 2 critères

while (($|x_{k+1} - x_k| > \epsilon$) and (iter < iterMax)) ↘

L'organigramme de la méthode :

$f \longrightarrow f'$ a, b
 $eps, iterMax, x_0, iter = 0$

$$x_1 = x_0 - (f(x_0) / f'(x_0))$$

while
 $((abs(x_1 - x_0) > \epsilon) \vee (iter < iterMax))$

No

Yes



$x_0 = x_1;$
 $x_1 = x_0 - (f(x_0) / f'(x_0))$
 $iter = iter + 1;$

Stop et Afficher le résultat

```
f = inline('x.^3 + 4*x.^2 - 10');
```

```
f_p = inline('3*x.^2 + 8*x');
```

```
% Paramètres
```

```
a = 1; b = 2;
```

```
x0 = 1.5;
```

```
x1 = x0 - (f(x0)/f'(x0));
```

```
eps = 10^(-6);
```

```
iter = 0; iterMax = 50;
```

```
if (f(a)*f(b) < 0)
```

```
    while (abs(x1 - x0) > eps) && (iter < iterMax)
```

```
        x0 = x1;
```

```
        x1 = x0 - (f(x0)/f'(x0));
```

```
        iter = iter + 1;
```

```
        fprintf('-----')
```

```
    end  
    fprintf('-----')
```

```
else  
    disp('Il n y a pas de sol ds [a,b]');
```

```
end
```

La programmation la méthode en utilisant Matlab:

```
1 f = inline('x.^3 + 4*x.^2 - 10');
2 % Tracer la fonction f
3 % figure
4 % x=1:0.01:5;
5 % plot(x,f(x)), grid on
6 %-----
7 fp=inline('3*x.^2 + 8.*x');
8 % Parametres
9 a=1;
10 b=2;
11 x0 =1.5;
12 x1 = x0-(f(x0)/fp(x0));
13 eps=1.0e-6;
14 iter=0;
15 iterMax=50;
16 if ((f(a)*f(b))< 0)
17 while ((abs(x1-x0) > eps) && (iter<iterMax))
18 x0=x1;
19 x1 = x0-(f(x0)/fp(x0));
20 iter=iter+1;
21 fprintf('pour l iteration=%d\t, la solution est x1=%f\n',iter,x1);
22 end
23 fprintf('La solution finale est x1 = %f \n',x1) ;
24
25 else
26 disp('il n y a pas de solution dans [a,b]')
27 end
```