

✧ Module: TPs des Méthodes Numériques ✧

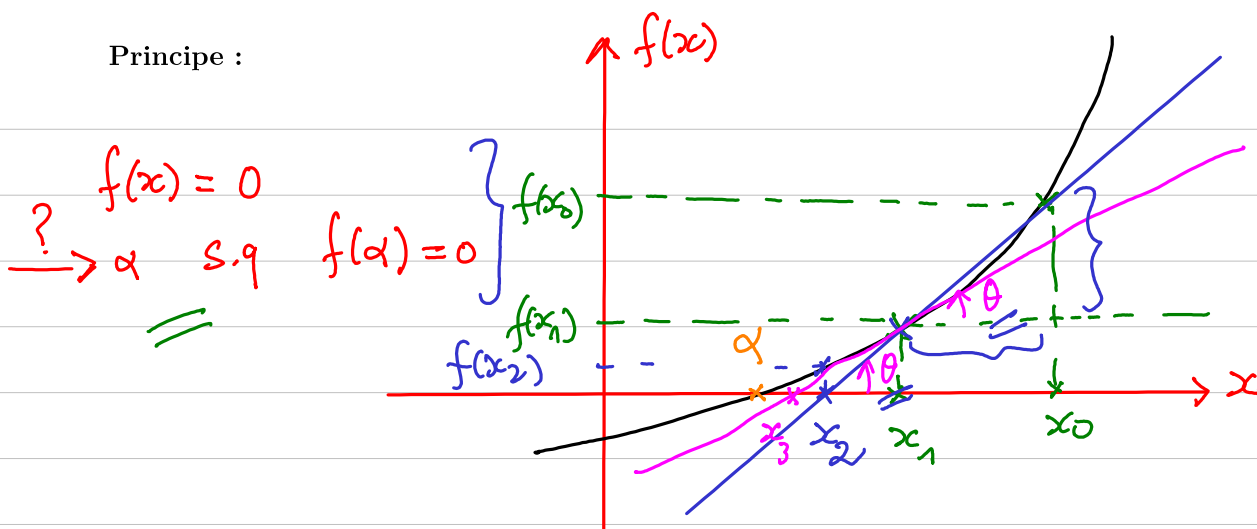
TP 5 : La méthode de Lagrange

Les objectifs de cette leçon:

- ✓ — Comprendre la méthode.
- ✓ — Écrire un algorithme/organigramme pour cette méthode.
- ✓ — Programmer cette méthode en utilisant l'environnement Matlab.
- ✓ — Être capable d'appliquer cette méthode pour résoudre 1 Eq. non-lin.  $f(x) = 0$ .
- ✓ — Être capable d'utiliser les différent critères d'arrêt pour quitter l'alg. de la méthode.

Le principe de la méthode :

Principe :



$$\operatorname{tg} \theta = \frac{f(x_1) - 0}{x_1 - x_2} = \frac{f(x_0) - f(x_1)}{x_0 - x_1}$$

$$x_2 = x_1 - f(x_1) \cdot \frac{x_1 - x_0}{f(x_1) - f(x_0)} \rightarrow \textcircled{1}$$

En suivant les m<sup>^</sup> démarches, on peut trouver

$$x_3 =$$

$$x_4$$

on peut généraliser l'éq  $\textcircled{1}$  pour formuler une suite des itérées d'une méthode numérique comme suit :

$$x_{k+1} = x_k - f(x_k) \frac{(x_k - x_{k-1})}{f(x_k) - f(x_{k-1})} \quad \textcircled{2}$$

→ cette formule concerne la méthode de Lagrange .

Le principe de la méthode:

Comparisons entre les suites des itérées des 2 méthodes (Newton vs Lagrange)

$$\text{Newton} \rightarrow x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)} \quad \text{--- (3)}$$

$$\text{Lagrange} \rightarrow x_{k+1} = x_k - f(x_k) \cdot \frac{(x_k - x_{k-1})}{f(x_k) - f(x_{k-1})} \quad \text{--- (4)}$$

En comparant (3) et (4), on constate que

$f'(x_k)$  a été estimé par

$$f'(x_k) = \frac{f(x_k) - f(x_{k-1})}{x_k - x_{k-1}} \quad \text{--- (1)}$$

② Critères d'arrêt:

①  $|x_{k+1} - x_k| < \varepsilon \rightarrow \text{while} (|x_{k+1} - x_k|) \downarrow$

② nbre des itérations (iterMax)  $\rightarrow \text{for iter} = 1 : \text{iterMax} \downarrow$

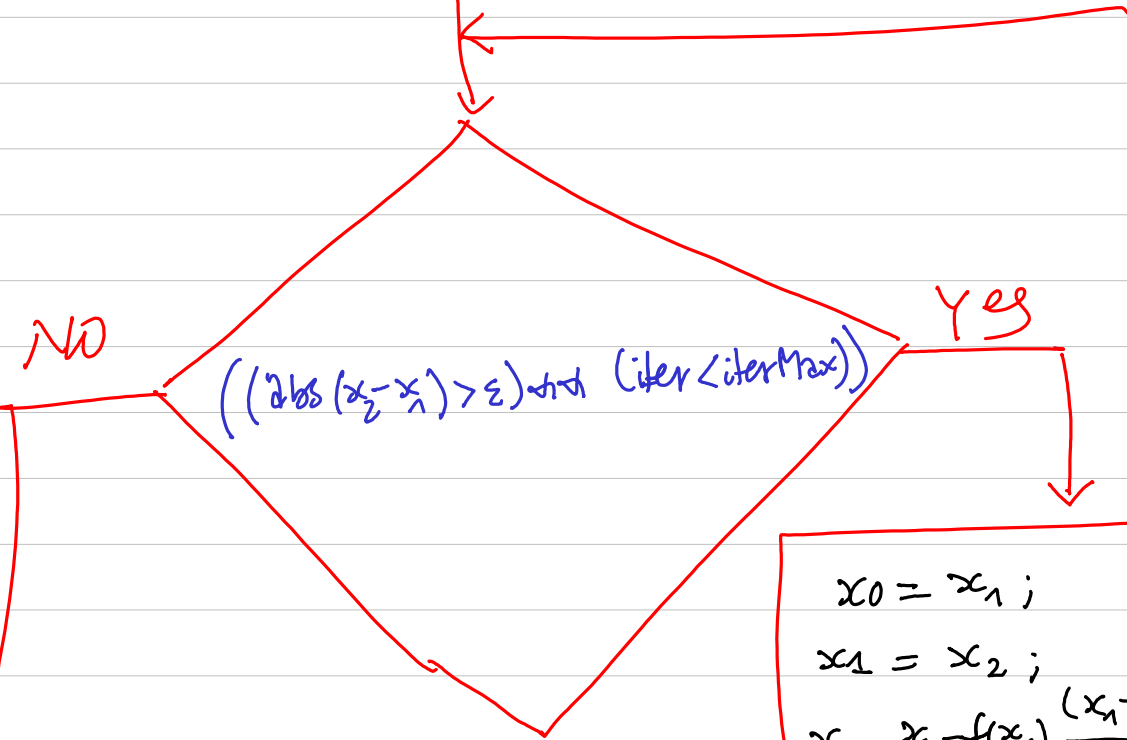
③  $\text{while} ((|x_{k+1} - x_k| > \varepsilon) \text{ and } (\text{iter} < \text{iterMax}))$

L'organigramme de la méthode :

$f, \text{eps}, a, b$   
 $\text{iterMax}, x_0, x_1$



$$x_2 = x_1 - f(x_1) \frac{(x_1 - x_0)}{f(x_1) - f(x_0)}$$



NO

Yes

$((\text{abs}(x_2 - x_1) > \text{eps}) \text{ and } (\text{iter} < \text{iterMax}))$

$x_0 = x_1 ;$   
 $x_1 = x_2 ;$   
 $x_2 = x_1 - f(x_1) \frac{(x_1 - x_0)}{f(x_1) - f(x_0)}$

Stop. Afficher le résultat.

## La programmation la méthode en utilisant Matlab:

```
1 %f = inline('cos(x)-x.^3');
2 f = inline('x.^3 + 4*x.^2 - 10');
3 %-----
4
5 a=1;
6 b=2;
7 x0 =0;
8 x1=1;
9 x2 = x1-((f(x1)*(x1-x0))/(f(x1)-f(x0)));
10 eps=1.0e-6;
11 iter=0;
12 iterMax=50;
13 if ((f(a)*f(b))< 0)
14 while ((abs(x2-x1) > eps) && (iter<iterMax))
15 x0=x1;
16 x1=x2;
17 x2 = x1-((f(x1)*(x1-x0))/(f(x1)-f(x0)));
18 iter=iter+1;
19 fprintf('pour l iteration=%d\t, la solution est x2=%f\n',iter,x2);
20 end
21 fprintf('La solution finale est x1 = %f \n',x2) ;
22
23 else
24 disp('il n y a pas de solution dans [a,b]')
25 end
```