

Corrigé Type de l'Examen

Exercice N° :01 **6.25 Pts**

Soit un réseau linéaire de six (6) sources.

- 1) Utiliser la méthode de Dolph pour trouver les amplitudes des six sources permettant d'avoir un diagramme de rayonnement ayant des lobes secondaires situés à un niveau $20 \log R = 25$ par rapport au maximum du lobe principal ;

Nous avons :

$$20 \log R = 25 \rightarrow R = 10^{\frac{25}{20}} = 17.78. \quad \mathbf{0.25Pt}$$

$$Z = \frac{1}{2} (R + \sqrt{R^2 - 1})^{\frac{1}{N-1}} + \frac{1}{2} (R + \sqrt{R^2 - 1})^{\frac{1}{1-N}}. \quad \mathbf{0.5Pt}$$

$$N = 6, \rightarrow$$

$$Z = \frac{1}{2} (17.78 + \sqrt{17.78^2 - 1})^{\frac{1}{5}} + \frac{1}{2} (17.78 + \sqrt{17.78^2 - 1})^{-\frac{1}{5}} = 1.266. \quad \mathbf{0.5Pt}$$

$$A_3 = Z^5 = \mathbf{0.5Pt} \quad 1.266^5 = 3.25 \quad \mathbf{0.25Pt}$$

$$A_2 = 5(A_3 - Z^3) \quad \mathbf{0.5Pt} = 5(3.25 - 1.266^3) = 6.1. \quad \mathbf{0.25Pt}$$

$$A_1 = 3A_2 - 5A_3 + 5Z_0 \quad \mathbf{0.5Pt} = 3 \times 6.1 - 5 \times 3.25 + 5 \times 1.266 = 8.38. \quad \mathbf{0.25Pt}$$

Soit maintenant le réseau à alignement continu de sources équi-phases (montré dans la figure (1)) de longueur $L \gg \lambda$ dont la loi d'éclairement est $A(x)$. Pour une loi d'éclairement en **cosinus** :

- 2) Donner (avec démonstration) la formule du gain en fonction de η et $FCR(\alpha)$, ($\alpha = \theta$) ;

Nous avons :

$$G = G_0 = \frac{4\pi\eta}{\iint_{0}^{4\pi} FCR(\theta) d\Omega} = \frac{4\pi\eta}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} FCR(\theta) \sin(\theta) d\theta d\varphi} = \frac{4\pi\eta}{\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} FCR(\theta) \sin(\theta) d\theta}$$

θ varie de 0 à π et φ varie de 0 à 2π pour que toute la sphère soit balayée \rightarrow

$$G = G_0 = \frac{4\pi\eta}{2\pi \int_0^{\pi} FCR(\theta) \sin(\theta) d\theta} = \frac{2\eta}{\int_0^{\pi} FCR(\theta) \sin(\theta) d\theta}$$

Pour $\eta = 1 \rightarrow$

$$G = G_0 = \frac{2}{\int_0^{\pi} FCR(\theta) \sin(\theta) d\theta}. \quad \mathbf{1Pt}$$

- 3) Calculer le champ max E_{Cmax} ;

Nous avons :

$$\underline{E}(M) = \underline{K} \frac{e^{-jkR}}{R} AL \frac{\cos U}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 - U^2}. \quad \mathbf{0.25Pt}$$

Rayonnement maximal $\rightarrow A = A_0$, $\alpha = \frac{\pi}{2}$ et $u = 0$ ce qui nous donne :

$$E_{Cmax} = |\underline{E}(M)| = \left| \underline{K} \frac{e^{-jkR}}{R} A_0 L \frac{2}{\pi} \right| = \frac{K}{R} A_0 L \frac{2}{\pi}. \quad \mathbf{0.25Pt}$$

- 4) Calculer la puissance max P_{CO} ;

Nous avons :

$$p = \frac{P_a}{4\pi R^2} = \frac{E^2}{240\pi} \quad \mathbf{0.25Pt} \rightarrow$$

$$\frac{P_a}{4\pi} = \frac{E^2 R^2}{240\pi} = P_{C0} \rightarrow$$

$$P_{C0} = \frac{(E_{Cmax})^2 R^2}{240\pi} \quad \mathbf{0.25Pt}$$

Avec : $E = E_{Cmax} = \frac{K}{R} A_0 L \frac{2}{\pi}$.

En remplaçant E_{Cmax} dans la formule de P_{C0} , on trouve :

$$P_{C0} = \frac{\left(\frac{K}{R} A_0 L \frac{2}{\pi}\right)^2 R^2}{240\pi} = \frac{K^2}{240\pi} \left(\frac{2A_0 L}{\pi}\right)^2 \quad \mathbf{0.25Pt}$$

5) Calculer la puissance d'alimentation P_{Ca} ;

$$P_{Ca} = \frac{1}{L} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} |A(x)|^2 dx = \frac{1}{L} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} A_0^2 \cos^2\left(\frac{\pi L}{x}\right) dx = \frac{A_0^2}{2} \quad \mathbf{0.25Pt}$$

6) Calculer le gain max G_{C0} ;

$$G_{C0} = \frac{P_{C0}}{P_{Ca}} = \frac{\frac{K^2}{240\pi} \left(\frac{2A_0 L}{\pi}\right)^2}{\frac{A_0^2}{2}} = \frac{K^2}{30\pi^3} L^2 \quad \mathbf{0.25Pt}$$

Exercice N° :02 **8.5 Pts**

Soit un Doublet dont la longueur h est très petite devant la longueur d'onde λ .

1) Démontrer que la puissance rayonnée par unité de surface ($p(\mathbf{R}, \theta)$) par ce Doublet est de la forme :

$$p(\mathbf{R}, \theta) = \frac{K_1}{R^2} \sin^2(\theta) \text{ W/m}^2 ;$$

Nous avons :

$$p = \frac{E_\theta^2}{240\pi} \text{-----(1) } \mathbf{1Pt}$$

$$E_\theta = j \frac{60\pi}{\lambda R} h I (\sin \theta) e^{-j \frac{2\pi R}{\lambda}} \quad \mathbf{1Pt} \rightarrow$$

$$E_\theta = \frac{60\pi}{\lambda R} h I \sin \theta \text{-----(2) } \mathbf{0.5Pt}$$

(2) dans (1) donne :

$$p = \frac{\left(\frac{60\pi}{\lambda R} h I \sin \theta\right)^2}{240\pi} \mathbf{1Pt} = \frac{1}{240\pi} (hI)^2 \left(\frac{60\pi}{\lambda}\right)^2 \frac{1}{R^2} \sin^2 \theta = \frac{K_1}{R^2} \sin^2 \theta \quad \mathbf{0.5Pt}$$

2) Déduire K_1 ;

$$K_1 = \frac{1}{240\pi} (hI)^2 \left(\frac{60\pi}{\lambda}\right)^2 = \frac{1}{\lambda^2} 15\pi (hI)^2 \quad \mathbf{1Pt}$$

3) Calculer, en valeur **naturelle** et en **dB**, le gain max de ce Doublet ($\eta = 1$) ;

$$G_0 = \frac{2}{\int_0^\pi FCR(\theta) \sin(\theta) d\theta} = \frac{2}{\int_0^\pi \sin^2 \theta \sin(\theta) d\theta} = 1.5 \quad \mathbf{0.25Pt}$$

$$G_0 [dB] = 10 \log 1.5 = 1.76 \text{ dB} \quad \mathbf{0.25Pt}$$

4) Démontrer que l'angle d'ouverture à -3 dB de ce Doublet est $2\theta_3 = 90^\circ$;

La FCR en champ de ce doublet est $\sin \theta$.

Les directions de rayonnement à -3 dB de ce doublet sont données par :

$$\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow \theta = \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \rightarrow$$

$$\theta_1 = 45^\circ \quad 0.25Pt \quad \text{et} \quad \theta_2 = 135^\circ \quad 0.25Pt$$

$$2\theta_3 = \theta_2 - \theta_1 = 90^\circ \quad 0.25Pt$$

5) Calculer l'angle d'ouverture à -3 dB du Dipôle $\frac{\lambda}{4}$; (Question annulée)

Le dipôle $\frac{\lambda}{4}$ est utilisé pour réaliser le réseau montré dans la figure (2). Il est alimenté et rayonne un champ avec une amplitude E_0 et un déphasage initial nul. Le parasite, qui est un dipôle **non alimenté**, rayonne par induction avec une amplitude E'_0 et un déphasage propre (entre le champ incident et le champ rayonné) de 180° .

Figure.1. Réseau à 2 éléments.

En prenant l'origine des phases au niveau du dipôle alimenté :

6) Calculer les champs rayonnés, en M et M' , par le dipôle ;

$$\underline{E}_d(M) = E_0 e^{-j\frac{2\pi r}{\lambda}} \quad 0.5Pt$$

$$\underline{E}_d(M') = E_0 e^{-j\frac{2\pi(d+r')}{\lambda}} \quad 0.5Pt$$

7) Calculer les champs rayonnés, en M et M' , par le parasite ;

$$\underline{E}_p(M) = E'_0 e^{-j\left(\frac{2\pi(d+r)}{\lambda} + \frac{2\pi d}{\lambda} + \pi\right)} \quad 0.25Pt$$

$$\underline{E}_p(M') = E'_0 e^{-j\left(\frac{2\pi r'}{\lambda} + \frac{2\pi d}{\lambda} + \pi\right)} \quad 0.25Pt$$

8) Calculer les champs totaux créés en M et M' ;

$$\underline{E}_T(M) = \underline{E}_d(M) + \underline{E}_p(M) = \left(E_0 - E'_0 e^{-j\frac{4\pi d}{\lambda}}\right) e^{-j\frac{2\pi r}{\lambda}}$$

$$\underline{E}_T(M') = \underline{E}_d(M') + \underline{E}_p(M') = (E_0 - E'_0) e^{-j\frac{2\pi(d+r')}{\lambda}}$$

9) **Application numérique** : $d = \lambda/4$ et $E'_0 = 0.75E_0$.

$$\underline{E}_T(M) = \left(E_0 - 0.75E_0 e^{-j\frac{4\pi d}{\lambda}}\right) e^{-j\frac{2\pi r}{\lambda}} \rightarrow \underline{E}_T(M) = \left(E_0 - 0.75E_0 e^{-j\frac{4\pi \lambda/4}{\lambda}}\right) e^{-j\frac{2\pi r}{\lambda}} = 1.75E_0 e^{-j\frac{2\pi r}{\lambda}} \quad 0.25Pt$$

$$\underline{E}_T(M') = (E_0 - 0.75E_0) e^{-j\frac{2\pi(d+r')}{\lambda}} = 0.25E_0 e^{-j\frac{2\pi(\lambda/4)}{\lambda}} e^{-j\frac{2\pi r'}{\lambda}} = 0.25E_0 e^{-j\left(\frac{2\pi r'}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right)} \quad 0.25Pt$$

Déduire le **type** de cette antenne.

Antenne Yagi à deux éléments. **0.25Pt**

Exercice N° :03 **7 Pts**

Choisir une partie parmi les deux suivantes :

Partie 1 :

Soit une antenne patch qui a les spécifications données dans le tableau ci-contre :

1) Trouver les paramètres de cette antenne permettant une simulation sous HFSS ($W, \epsilon_{eff}, \Delta l, L, Z_A$).

$$W = \frac{\lambda}{2} \sqrt{\frac{2}{\epsilon_r + 1}}$$

$$W \approx 0.02m \quad \mathbf{1Pt + 0.5Pt}$$

$$\epsilon_{eff} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \frac{1}{\sqrt{1 + 12h/W}}$$

$$\epsilon_{eff} = 2 \quad \mathbf{1Pt + 0.5Pt}$$

$$\Delta L = (0.412h) \frac{(\epsilon_r + 0.3)(W/h + 0.264)}{(\epsilon_r - 0.258)(W/h + 0.8)}$$

$$\Delta l \approx 0.0015m \quad \mathbf{1Pt + 0.5Pt}$$

$$L = \frac{\lambda}{2\sqrt{\epsilon_{eff}}} - 2\Delta L$$

$$l \approx 0.015m \quad \mathbf{1Pt + 0.25Pt}$$

$$Z_A = 90 \frac{\epsilon_r^2}{\epsilon_r - 1} \left(\frac{L}{W}\right)^2 \Omega$$

$$Z_A \approx 206,42 \quad \mathbf{1Pt + 0.25Pt}$$

Partie 2 :

1) On considère une antenne filaire de longueur $1m$ et de section $1mm^2$. Sa conductivité est de $58 \cdot 10^6 \Omega^{-1}m^{-1}$. La valeur crête du courant est de $1A$ et la longueur d'onde est de $100m$. Sachant que la résistance de rayonnement est de 0.88Ω , calculer :

2.1. La puissance dissipée en chaleur ;

Nous avons la Résistance est donnée par :

$$R_p = \rho \frac{l}{S} = \frac{1}{\sigma} \times \frac{l}{S} = \frac{1}{58 \times 10^6} \times \frac{1}{1 \times 10^{-6}} = 0.017\Omega. \rightarrow$$

$$P_p = \frac{1}{2} R_p I^2 = \frac{1}{2} \times 0.017 \times 1^2 = 0.0085 W. \quad \mathbf{1Pt + 0.25Pt}$$

2.2. La puissance dissipée en rayonnement ;

$$P_r = \frac{1}{2} R_r I^2 = \frac{1}{2} \times 0.88 \times 1^2 = 0.44 W. \quad \mathbf{1Pt + 0.25Pt}$$

2.3. Le rendement de l'antenne.

$$\eta = \frac{R_r}{R_r + R_p} = \frac{0.88}{0.88 + 0.017} = 0,9810. \quad \mathbf{1Pt + 0.25Pt}$$

$$\eta(\%) = 98.1\%. \quad \mathbf{0.25Pt}$$

2) Le diagramme de rayonnement en puissance d'une antenne est donné par : $f(\theta) = \cos^6(\theta)$. Ce diagramme est à symétrie de révolution autour de l'axe des z .

3.1. Calculer son angle d'ouverture $2\theta_3$ à $-3dB$;

Recherchons les deux directions θ_1 et θ_2 qui sont solution de :

$$\cos^6(\theta) = \frac{1}{2}. \quad 0.5\text{Pt}$$

$$\cos(\theta) = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{6}} = 0.89. \quad 0.5\text{Pt}$$

$$\theta_1 = -27.12^\circ \text{ et } \theta_2 = 27.12^\circ. \quad 0.5\text{Pt}$$

$$2\theta_3 = 54.24^\circ. \quad 0.5\text{Pt}$$

3.2. Déterminer, pour cet angle, la valeur de sa fonction caractéristique de rayonnement **FCR** en champ.

$$FCR(2\theta_3) = \sqrt{\cos^6(2\theta_3)} \approx 0.2. \quad 1\text{Pt} + 0.5\text{Pt}$$

Soit : $-6,98 \text{ dB}$.