**Exercice N°1**

Un réservoir contient de l'air comprimé à une pression $P_i$= 4 bar, supposée pression d'arrêt à l'état initial. L'ouverture d'une vanne dans ce réservoir provoque la détente de l'air vers l'extérieur sous forme d'un jet ayant un diamètre $d$ = 5 mm. Les paramètres extérieurs du jet d'air à l'état final sont :

- Pression $P$= 1 bar,

- Température $T$=250 °C,

On donne $\gamma$ = 1,4 et $r$=287 J/Kg.K.

1) Calculer la vitesse du son $a$ à l'extérieur du réservoir en (m/s).

2) Déterminer la masse volumique $\rho$ de l'air à l'extérieur du réservoir en (kg/m$^3$). (On suppose que l'air est un gaz parfait.)

3) Ecrire l'équation de Saint-Venant, en terme de rapport de pression, entre un point d'arrêt et un point sur le jet d'air.

4) En déduire le nombre de Mach $M$ au niveau du jet d'air.

5) Quelle est la nature de l'écoulement ?

6) Calculer la vitesse d'écoulement $V$ du jet d'air en (m/s).

7) En déduire le débit massique $q_m$ (kg/s).

*Rép :1) a=346m/s, 2)ρ=1.169kg/m$^3$, 3)*$1+\frac{\gamma-1}{2}M^2=\left(\frac{P_i}{P}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$*, 4)M=1.558, 5) écoulement est supersonique, 6)V=549.48m/s, 7)* $q_m$*=2.52kg/s.*

**Exercice N°2**

En un point d'un écoulement isentropique la température locale est 20°C et la pression 1bar.

1. Si $V$=200m/s, calculer $M$, $T_i$, $P_i$.
2. Même question pour $V$=400m/s.
3. Pour $V$=400m/s il se forme une onde de choc en ce point, calculer $P_2$, $T_2$, $M_2$ après l'onde de choc.
4. On place une sonde d'arrêt après l'onde de choc, calculer la pression d'arrêt $P_r$.

*Rép : 1) M=0.583,* $T_i$*=313K,* $P_i$*=1.259bar.*

*2) M=1.166,* $T_i$*=373K,* $P_i$*=2.32bar.*

*3)$P_2$=1.419bar, $M_2$=0.864, $T_2$=323.14K.*

*4) $P_r$=1.617bar.*

**Exercice N°3**

Dans un écoulement isentropique unidimensionnel établir une relation donnant $\frac{dS}{S}$ en fonction de $\gamma, M, \frac{dM}{M}$. Intégrer cette relation entre deux points 1 et 2 de l'écoulement et en déduire l'expression du rapport $\frac{S_1}{S_2}$.

*Rép :* $\frac{dS}{S} = \frac{M^2-1}{1+\frac{\gamma-1}{2}M^2} \cdot \frac{dM}{M}, \frac{S_1}{S_2} = \frac{M_2}{M_1}\left(\frac{1+\frac{\gamma-1}{2}M_1^2}{1+\frac{\gamma-1}{2}M_2^2}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$

**Exercice N°4**

Une tuyère convergente-divergente alimenter par l'air $P_i$=*3bar* et $T_i$=*600 K*. Cette tuyère à une section d'entrée $S_e$=*5cm*$^2$ et une vitesse $V_e$=*146m/s*. On constate expérimentalement la présence d'une onde de choc dans une section $S_{O.C}$=*2.53cm*$^2$.

1. Calculer *P, T, ρ* au col et le débit.
2. Calculer *P* et *T* avant et après l'onde de choc.
3. Calculer *P* et *T* dans la section de sortie où $S_S$=*2.70cm*$^2$.

*Rép : 1) $P_c$=1.581bar,$T_c$=499K, $\rho_c$=1.107kg/m$^3$, $q_m$=0.122kg/s.*

*2) $P_1$=1.235bar, $T_1$=465K, $P_2$1.87bar, $T_2$=525K.*

*3) P=2.14bar, T=546K.*

**Exercice N°5**

On considère une tuyère convergente-divergente ; une onde de choc est située dans le divergent.

On note $(.^*)_1$ l'état critique associé à l'écoulement isentropique en amont de ce choc droit : $(\rho^*)_1$,

$(p^*)_1$, $(T^*)_1$, $(u^*)_1$, $(A^*)_1$ sont donc respectivement la densité, la pression, la température, la vitesse et la section critique (ou sonique) en amont du choc.

On introduit similairement $(.^*)_2$, l'état critique associé à l'écoulement en aval du choc. $(\rho^*)_2$, $(p^*)_2$,

$(T^*)_2$, $(u^*)_2$, $(A^*)_2$ désignent alors respectivement la densité, la pression, la température, la vitesse et la section critique (ou sonique) en aval du choc. On notera également $(p_0)_1$ la pression d'arrêt isentropique associée à l'écoulement avant le choc et $(p_0)_2$ la pression d'arrêt isentropique associée à l'écoulement après le choc.

En écrivant la conservation de la masse entre l'état $(.^*)_1$ et $(.^*)_2$, démontrer la relation :

$$(\rho^*)_1(u^*)_1(A^*)_1 = (\rho^*)_2(\rho^*)_2(\rho^*)_2$$

**Exercice N°6**

On considère une tuyère convergente-divergente. L'écoulement est supersonique dans le divergent.

Le rapport de section entre la sortie et le col est égal à 10 ; la pression d'arrêt est $p_0 = 10$ *atm* et la pression ambiante $p_a = 0.04$ *atm*.

Décrire précisément l'écoulement à la sortie de la tuyère.

*Rép : θ=5.75°*

**Exercice N°7**

Une tuyère est alimentée à l'amont par de l'air ($\gamma = 1.405, r = 287 \frac{J}{kg.K}$) dont la pression génératrice est $P_i$=1bar et la température d'arrêt $T_i$=288 K.

Dans la section d'entrée (S=5 cm$^2$) la vitesse de l'air est 111m/s. la pression dans la section de sortie est 1/3 bar.

1. Représenter graphiquement en fonction de *x*, pour *x* variant de 0 à *l*, les rapports $\frac{P}{P_i}, \frac{T}{T_i}, \frac{S}{S_c}, M$. On utilisera les tables d'écoulement isentropique. Dresser un tableau récapitulatif des valeurs pour l'entrée (*x=0)* la sortie (*x=l)* le col et les sections d'abscisse 0.25*l*, 0.50*l*, 0.75*l*. calculer la vitesse de sortie et le débit masse de la tuyère.
2. Dans la tuyère ayant le profil défini à la question précédente, on fait varier la pression à l'aval, sans modifier les conditions à l'amont, de façon à obtenir une onde de choc droite située à l'abscisse *x=0.75l*. En négligeant la variation de pression d'arrêt à la traversée de l'onde de choc, calculer les pressions, masses volumiques, températures et vitesses de part et d'autre de l'onde de choc et à la sortie de la tuyère.
   Compléter dans ce cas la représentation graphique de la première question.

*Rép : 1)*

| *x* | *0* | *l/4* | *l/2* | *Col, 0.672l* | *3l/4* | *l* |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $P/P_i$ | *0.9273* | *0.7788* | *0.6303* | *0.527* | *0.4818* | *0.3333* |
| $T/T_i$ | *0.9784* | *0.930* | *0.875* | *0.8316* | *0.8102* | *0.728* |
| $S/S_c$ | *1.869* | *0.176* | *1.024* | *1* | *1.0047* | *1.0919* |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *M* | *0.33* | *0.61* | *0.84* | *1* | *1.076* | *1.36* |

$V_s$=394.7m/s, $q_m$=63.5g/s

2)

| *x* | *Col* | *3l/4 (amont)* | *3l/4 (aval)* | *l* |
|---|---|---|---|---|
| $P/P_i$ | 0.527 | 0.4818 | 0.570 | 0.7177 |
| $T/T_i$ | 0.8316 | 0.8102 | 0.810 | 0.909 |
| *M* | 1 | 1.076 | 0.932 | 0.704 |
| *V* | 310.3 | 329.5 | 292.5 | 228.1 |

**Exercice N°8**

Un courant d'air s'écoule subsoniquement dans une conduite adiabatique de 2 cm de diamètre. Le coefficient de friction moyen est 0.024. Quelle est la longueur de conduite nécessaire d'accélérer l'écoulement fluide de $M_1$ = 0.1 à $M_2$ = 0.5 ? Quelle longueur complémentaire l'accélérera à $M_3$ = 1.0 ? Supposez $\gamma$ =1.4.

Pour l'écoulement interne supposez que, à $M_1$ = 0.1, nous avons $P_1$ = 600kPa et $T_1$ =450 K. A la section 2 plus éloignée en aval, $M_2$ = 0.5. Calculez (a) $P_2$, (b) $T_2$, (c) $V_2$ et (d) $P_{02}$.

*Rép : $\Delta L$=55m, $\Delta L'$=0.9m, $P_2$=117kPa, $T_2$=429K, $V_2$=208m/s, $P_{02}$=139kPa.*

**Exercice N°9**

A l'entrée d'une conduite parfaitement calorifugée, l'air présente les caractéristiques suivantes : $P_1 = 1bar,\ \ T_1 = 206K,\ \ \ M_1 = 2.60.$

L'air sera assimilé à un gaz parfait de constantes : $\gamma = 1.4,\ c_p = 1000\frac{J}{kg.K},\ \ \ r = 287\frac{J}{kg.K}.$

La conduite a un diamètre de 50mm. Son coefficient de perte de charge linéaire est $\lambda = 0.01$.

1. A l'aide des tables de Fanno, déterminer la longueur de la conduite pour que l'écoulement soit sonique à la sortie, sans présenter aucune discontinuité à l'intérieur de la conduite.
2. En opérant d'une part le calcul, d'autre part par l'utilisation des tables de Fanno, et en comparant les résultats, calculer :
   a). la température de sortie,
   b). la pression de sortie,
   c). les pressions génératrices locales à l'entrée et à la sortie.

3. Calculer les températures d'arrêt et les vitesses à l'entrée et à la sortie.
4. Calculer la variation d'entropie $S_2 - S_1$ entre l'entrée et la sortie.

*Rép : 1)* $L^*=2.26m$, *2)* $T_2=510K$, $P_2=3.64bar$, $P_{i1}'=20bar$, $P_{i2}'=6.90bar$.

*3)* $T_{i1}=T_{i2}=612K$, $V_1=839m/s$, $V_2=452m/s$.

*4)* $S_2-S_1=303J/kg.K$

**Exercice N°10**

Un mélange air-carburant, supposé comme l'air avec $\gamma$ =1.4, entre à une chambre de combustion de conduite à $V_1$ = 75m / s, $P_1$ =150kPa et $T_1$ = 300 K. L'ajout de chaleur par la combustion est 900 kJ / kg de mélange. Calculez (a) les propriétés de sortie $V_2$, $P_2$ et $T_2$ et (b) la quantité de chaleur totale ajoutée qui aurait causé un écoulement de sortie sonique.

Ce qui arrive à l'entrée de l'écoulement si l'ajout de chaleur est augmenté à 1400 kJ/kg et la pression et la température de stagnation à l'entrée sont fixées ? Quelle sera la diminution subséquente dans le débit massique de l'écoulement ?

*Rép : a)* $V_2=385m/s$, $P_2=109kPa$, $T_2=1124K$, *b)* $q_{max}=1.22\ 10^6 J/kg$. *7% moins.*