

Exercice N°1

Déterminer la vitesse du son dans l'air pour un jour chaud d'été lorsque la température est de 38 °C et pour un jour froid d'hiver lorsque la température est de -30 °C.

Réponse

Pour un gaz parfait, la vitesse du son s'écrit $C = \sqrt{\gamma \cdot r \cdot T}$ où pour l'air $\gamma = 1,4$ et $r = \frac{R}{M} =$

$$r = \frac{8,32}{29 \cdot 10^{-3}} = 287 \text{ J/KgK}$$

$$\text{Donc } C_{38^\circ\text{C}} = \sqrt{1,4 \cdot 287 \cdot (273 + 38)} = 353,5 \text{ m/s}$$

$$C_{-30^\circ\text{C}} = \sqrt{1,4 \cdot 287 \cdot (273 - 30)} = 318,8 \text{ m/s}$$

Exercice N°2

Dans un écoulement d'air les caractéristiques en un point sont les suivantes :

- vitesse d'écoulement : $V = 100 \text{ m/s}$
- pression $P = 1,013 \text{ bar}$
- température : $T = 15^\circ\text{C}$;
- Masse volumique $\rho = 0,349 \text{ Kg/m}^3$
- $\gamma = 1,4$

On demande de calculer la pression d'arrêt P_i .

- 1) en négligeant la compressibilité de l'air.
- 2) en tenant compte de sa compressibilité.

Réponse

- 1) En négligeant la compressibilité de l'air, on peut appliquer le théorème de Bernoulli :

$$\frac{V^2}{2} + \frac{P}{\rho} + g \cdot Z = \frac{V_i^2}{2} + \frac{P_i}{\rho} + g \cdot Z_i, \text{ sachant que } V_i = 0 \text{ (point d'arrêt) et } Z = Z_i$$

$$\text{Donc : } P_i = P + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2$$

$$\text{A.N: } P_i = 1.030 \text{ bar}$$

2) En tenant compte de sa compressibilité, on peut appliquer le théorème de Saint-Venant :

$$P_i = P. \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \text{ avec : } a = C = \sqrt{\frac{\gamma \cdot P}{\rho}} = \sqrt{1,4 \frac{1,013 \cdot 10^5}{0,349}} = 673,46 \text{ m/s}$$

$$M = \frac{V}{a} = \frac{100}{673,46} = 0,156$$

$$\text{Donc } P_i = 1,013. \left(1 + \frac{1,4-1}{2} 0,156^2\right)^{\frac{1,4}{1,4-1}} = \mathbf{1.030 \text{ bar}}$$

Exercice N°3

Un avion vole à un nombre de Mach $M=0,95$ et à une altitude où la pression atmosphérique est $P_{atm} = 0,2332 \text{ bar}$ et la masse volumique $\rho = 0,349 \text{ Kg/m}^3$.

1) Calculer la vitesse de l'avion en Km/h .

2) Calculer la pression et la température du point d'arrêt sur le bord d'attaque de l'aile.

L'air est assimilé à un gaz parfait : $\gamma = 1,4$ et $r = 287 \text{ J/kg.K}$

Réponse

$$1- V = M. a = M \sqrt{\gamma \cdot r \cdot T}$$

$$\text{A.N : } V = 290.56 \frac{m}{s} = 1046.02 \text{ Km/h.}$$

$$2- P_i = P. \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$\text{A.N : } P_i = 0,2332. \left(1 + \frac{1,4-1}{2} 0,95^2\right)^{\frac{1,4}{1,4-1}} = \mathbf{0,416 \text{ bar}}$$

$$T_i = T. \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right) \text{ or } r \cdot T = \frac{P}{\rho} \text{ (air considéré gaz parfait)} \Rightarrow T = \frac{P}{\rho \cdot r} = \frac{0,2332 \cdot 10^5}{0,349 \cdot 287} =$$

$$232,82 \text{ K}$$

$$\text{Donc : } T_i = 232.82. \left(1 + \frac{1,4-1}{2} 0,95^2\right) = 274.84 \text{ K}$$

Exercice N°4

Un corps céleste en chute libre, freiné par les couches d'air de la haute atmosphère tombe sur terre. A une altitude de 10 km :

- la vitesse du corps $V=3000 \text{ m/s}$,

- la température de l'air $T=2230 \text{ K}$,

- la masse volumique de l'air $\rho = 0,412 \text{ kg / m}^3$

- la pression de l'air $P=0,265$ bar.

On donne $\gamma = 1,4$.

Travail demandé :

- 1) Calculer la vitesse du son a .
- 2) Déterminer le nombre de Mach M .
- 3) Quelle est la nature de l'écoulement d'air autour du corps ?
- 4) Appliquer le théorème de Saint-Venant pour calculer la température T_i et la pression P_i de l'air au point d'arrêt.

Réponse

$$1- \text{Célérité du son : } C = a = \sqrt{\gamma \cdot \frac{P}{\rho}} \text{ A.N : } C = a = \sqrt{1,4 \cdot \frac{26500}{0,412}} = 300 \text{ m/s}$$

$$2- \text{Nombre de Mach : } M = \frac{V}{a} \text{ A.N : } M = \frac{3000}{300} = 10$$

3- $M > 1$ donc l'écoulement est supersonique.

$$4- \text{Température d'arrêt } T_i = T \cdot \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right) \text{ A.N : } T_i = 223 \cdot \left(1 + \frac{1,4-1}{2} 10^2\right) = 4683 \text{ K}$$

5- Pression d'arrêt :

$$P_i = P \cdot \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \text{ A.N : } P_i = 26500 \cdot \left(1 + \frac{1,4-1}{2} 10^2\right)^{\frac{1,4}{1,4-1}} = 11246 \text{ Pa}$$

Exercice N°5

Un réservoir contient de l'air comprimé à une pression $P_i = 4$ bar, supposée pression d'arrêt à l'état initial. L'ouverture d'une vanne dans ce réservoir provoque la détente de l'air vers l'extérieur sous forme d'un jet ayant un diamètre $d = 5$ mm. Les paramètres extérieurs du jet d'air à l'état final sont : - Pression $P = 1$ bar, - Température $T = 25$ °C, On donne $\gamma = 1,4$ et $r = 287$ J/Kg. K.

- 1) Calculer la vitesse du son C à l'extérieur du réservoir en (m/s).
- 2) Déterminer la masse volumique ρ de l'air à l'extérieur du réservoir en (kg/m^3). (On suppose que l'air est un gaz parfait.)
- 3) Ecrire l'équation de Saint-Venant, en terme de rapport de pression, entre un point d'arrêt et un point sur le jet d'air.
- 4) En déduire le nombre de Mach M au niveau du jet d'air.

- 5) Quelle est la nature de l'écoulement ?
- 6) Calculer la vitesse d'écoulement V du jet d'air en (m/s).
- 7) En déduire le débit massique q_m (kg/s).

Réponse

1- La vitesse du son : $C = a = \sqrt{\gamma \cdot r \cdot T}$ A.N: $a = C = \sqrt{1,4 \cdot 287 \cdot 298} = 346 \text{ m/s}$

2- Masse volumique : $\rho = \frac{P}{r \cdot T}$ A.N: $\rho = \frac{10^5}{287 \cdot 298} = 1.169 \text{ Kg/m}^3$

3- Equation de Saint-Venant: $1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 = \left(\frac{P_i}{P}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$

4- Nombre de Mach : $M = \sqrt{\frac{2}{\gamma-1} \left[\left(\frac{P_i}{P}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]}$ A.N : $M = 1,558$

5- $M > 1$ donc l'écoulement est supersonique.

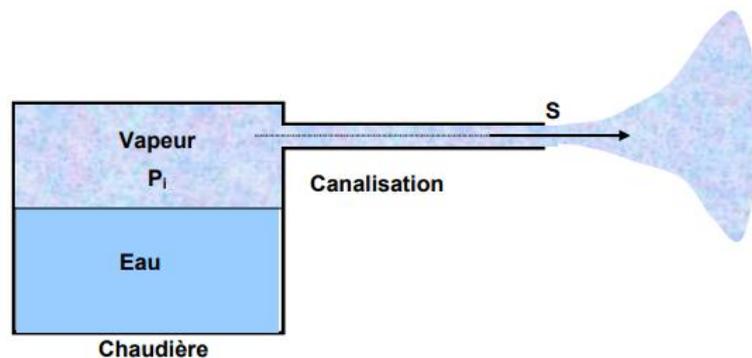
6- Vitesse d'écoulement : $V = M \cdot a$ A.N : $V = 1,558 \cdot 346 = 549.48 \text{ m/s}$

7- Débit massique : $q_m = \rho \cdot V \cdot S = \rho \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot V$

A.N : $q_m = 1,169 \cdot \frac{\pi \cdot 0.005^2}{4} \cdot 549,448 = 2,52 \text{ Kg/s}$

Exercice N°6

La figure ci-dessous représente une chaudière qui produit de la vapeur d'eau à un débit massique $q_m=13,4 \text{ kg/s}$. Par une canalisation cylindrique, la vapeur arrive dans une section S de diamètre $d=10 \text{ cm}$ à une pression $P=15 \text{ bar}$ et une température $T=541 \text{ K}$. On donne les caractéristiques de la vapeur d'eau : - $\gamma=1,3$. - $r=462 \text{ J/kgK}$.



Travail demandé :

- 1) On suppose que la vapeur est un gaz parfait, calculer la masse volumique ρ de la vapeur d'eau en sortie de la chaudière.
- 2) Déterminer la vitesse d'écoulement V .

- 3) Calculer la célérité du son C .
- 4) En déduire le nombre de Mach M . Préciser la nature de l'écoulement.
- 5) Ecrire l'équation de Saint-Venant en terme de rapport de pression, et calculer la pression d'arrêt P_i à l'intérieur de la chaudière.

Réponse

- 1) Masse volumique de la vapeur : $\rho = \frac{P}{r.T}$ A.N: $\rho = \frac{15.10^5}{462.541} = 6 \text{ Kg/m}^3$
- 2) Vitesse d'écoulement : $V = \frac{4 q_m}{\pi.d^2.\rho}$ A.N : $V = \frac{4 \cdot 13,4}{\pi \cdot 0,1^2 \cdot 6} = 284,356 \text{ m/s}$
- 3) Célérité de son : $C = \sqrt{\gamma \cdot r \cdot T}$ A.N : $C = \sqrt{1,4 \cdot 462.541} = 570,021 \text{ m/s}$
- 4) Nombre de Mach : $M = \frac{V}{C}$ A.N : $M = \frac{284,356}{570,021} = 0,5$

$M < 1$ Donc l'écoulement est subsonique

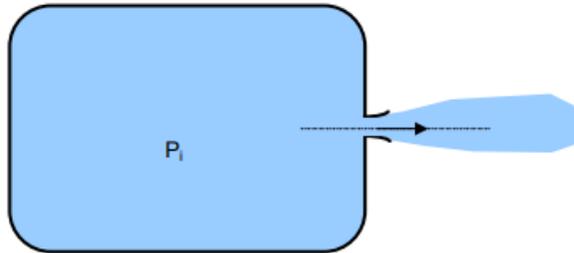
- 5) Equation de Saint-Venant : $\left(\frac{P_i}{P}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2$

La pression d'arrêt : $P_i = P \cdot \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$

$$\text{A.N : } P_i = 15 \cdot 10^5 \cdot \left(1 + \frac{1,4-1}{2} \cdot 0,5^2\right)^{\frac{1,4}{1,4-1}} = 1759434 \text{ Ps} = 17,594 \text{ bar}$$

Exercice N°7

De l'air comprimé contenu dans un grand réservoir s'échappe vers l'extérieur à travers un orifice à un nombre de Mach $M=0,77$. La détente se produit dans l'atmosphère où règne une pression $P=Patm=1,014 \text{ bar}$. On donne le rapport des chaleurs massiques : $\gamma = 4,1$.



Travail demandé :

- 1) En appliquant l'équation de Saint-Venant, déterminer la pression P_i (en bar) à l'intérieur du réservoir.
- 2) A partir de quelle pression P_i , l'écoulement devient supersonique ?

Réponse

$$1) \text{ Equation de Saint-Venant : } P_i = P \cdot \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \text{ donc } P_i = P \cdot \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$P_i = 1,014 \cdot 10^5 \cdot \left(1 + \frac{1,4-1}{2} 0,772^2\right)^{\frac{1,4}{1,4-1}} = 150097,21 \text{ Ps} = 1,5 \text{ bar}$$

$$2) M > 1 \rightarrow P_i > P \cdot \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$P_i > 1,014 \cdot 10^5 \cdot \left(\frac{1,4+1}{2}\right)^{\frac{1,4}{1,4-1}} = 191943 \approx 2 \text{ bar}$$

Exercice N°8

L'azote est comprimé dans une bouteille dans laquelle règne une pression d'arrêt $P_i = 3 \text{ bar}$. Il s'échappe à travers un orifice vers l'extérieur où la pression ambiante est $P = 1 \text{ bar}$. On donne $\gamma = 1,4$.

- 1) En appliquant l'équation de Saint-Venant, déterminer le nombre de Mach M .
- 2) Préciser la nature de l'écoulement.

Réponse

$$1) \text{ Théorème de Saint-Venant : } \left(\frac{P_i}{P}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2$$

$$\text{Nombre de Mach : } M = \sqrt{\frac{2}{\gamma-1} \cdot \left[\left(\frac{P_i}{P}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right]} \text{ A.N : } M = \sqrt{\frac{2}{1,4-1} \cdot \left[\left(\frac{3}{1}\right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} - 1\right]} = 1,357$$

- 2) $M > 1$ donc l'écoulement est supersonique.

Exercice N°9

De l'air, supposé gaz parfait, s'échappe par la valve d'une chambre à air d'un pneu. La pression à l'intérieur de la chambre à air est $P_i = 1,7 \text{ bar}$. On suppose que la détente de l'air, s'effectue vers l'extérieur à une pression $P = 1 \text{ bar}$ et une température ambiante $T = 25 \text{ °C}$.

On donne les caractéristiques de l'air suivantes : - $r = 287 \text{ J/kgK}$, - $\gamma = 1,4$.

Travail demandé :

- 1) Calculer la célérité du son.
- 2) En appliquant l'équation de Saint-Venant, déterminer le nombre de Mach.
- 3) Déterminer la vitesse d'échappement V de l'air.

Réponse

1) $C = \sqrt{\gamma \cdot r \cdot T}$ A.N : $C = \sqrt{1,4 \cdot 287 \cdot 298} = 346 \text{ m/s}$

2) Equation de Saint-Venant : $\left(\frac{P_i}{P}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \rightarrow M = \sqrt{\frac{2}{\gamma-1} \cdot \left[\left(\frac{P_i}{P}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right]}$

A.N: $M = \sqrt{\frac{2}{1,4-1} \cdot \left[\left(\frac{1,7}{1}\right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} - 1\right]} = 0,9$

3) $V = M \cdot C \Rightarrow V = 0,9 \cdot 346 = 311,4 \text{ m/s}$

Exercice N°10

On considère l'écoulement isentropique du dioxyde

de carbone dans une tuyère tel représenté sur

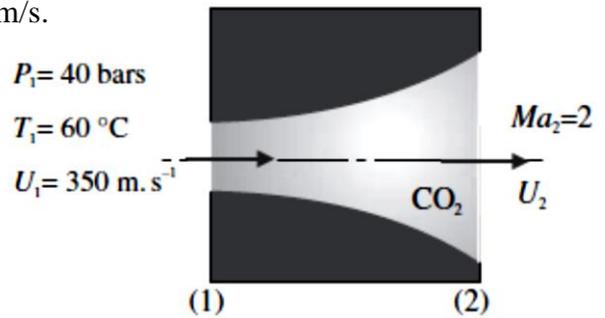
la figure ci-contre. À la section (1) de cet écoulement,

la température est $T_1=60 \text{ °C}$ et la vitesse $V_1=350 \text{ m/s}$.

Déterminer la vitesse V_2 à la section (2)

où le nombre de Mach $Ma_2 = 2$.

Calculer alors le rapport des sections S_2/S_1 .



Réponse

On a $U_2 = Ma_2 a_2 = Ma_2 \sqrt{\gamma r T_2}$

Pour le CO_2 , $\gamma = 1,3$ et $r = 188,9 \text{ J/kgK}$.

De plus, d'après l'équation, $\frac{T_{0,2}}{T_2} = 1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{a2}^2$ et $\frac{T_{0,1}}{T_1} = 1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{a1}^2$ où pour un écoulement isentropique $T_{0,2} = T_{0,1}$. En divisant ces équations, on obtient alors :

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{a1}^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{a2}^2}$$

$$M_{a1} = \frac{U}{\sqrt{\gamma r T_1}} = \frac{350}{\sqrt{1,3 \cdot 188,9 \cdot (273 + 60)}} = 1,22$$

Donc : $T_2 = (273 + 60) \frac{1 + \frac{1,3-1}{2} 1,22^2}{1 + \frac{1,3-1}{2} 2^2} = 255 \text{ K}$

Par conséquent $U_2 = 2 \sqrt{1,3 \cdot 188,9 \cdot 255} = 500,5 \text{ m/s}$

Ce qui entraîne :

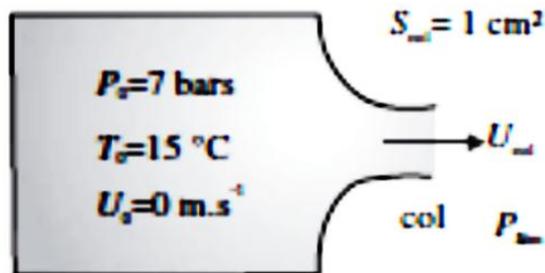
$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{\frac{S_2}{S^*}}{\frac{S_1}{S^*}} = \frac{\frac{1}{M_{a2}} \left\{ \left(\frac{2}{\gamma+1} \right) \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{a2}^2 \right] \right\}^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}}{\frac{1}{M_{a1}} \left\{ \left(\frac{2}{\gamma+1} \right) \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{a1}^2 \right] \right\}^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}}} = \frac{M_{a1}}{M_{a2}} \left[\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{a2}^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{a1}^2} \right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$$

Avec : $\frac{\gamma-1}{2} = 0,15$, $\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)} = 3,83$, $M_{a2} = 2$, $M_{a1} = 1,22$

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{1,22}{2} \left[\frac{1 + 0,15 \cdot 2^2}{1 + 0,15 \cdot 1,22^2} \right]^{3,83} = 1,71$$

Exercice N°11

Un gaz idéal à la pression $P_0 = 7$ bars et à la température $T_0 = 15$ °C s'écoule de façon isentropique à partir d'un grand réservoir de stockage à travers une tuyère convergente directement à l'atmosphère. La surface au col du conduit est de 1 cm^2 . Déterminer la pression, température, vitesse et débit-masse du gaz au col du conduit si le gaz est (a) de l'air ($\gamma = 1.4$), (b) du dioxyde de carbone ($\gamma = 1.3$) et (c) de l'hélium ($\gamma = 1.66$).



Réponse

S'il y a blocage sonique à la sortie de la tuyère, alors la vitesse du fluide à la sortie est égale à la vitesse du son et la pression est égale à la pression critique P^* et par conséquent d'après l'équation :

$$\frac{P_0}{P^*} = \left(\frac{\gamma+1}{2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

Si $P^* < P_{atm}$ alors il n'y a pas blocage sonique au niveau du col de la tuyère et $P_{col} = P_{atm}$.

Si $P^* > P_{atm}$ alors il y a blocage sonique au niveau du col et $P_{col} = P^*$. En fait comme montré

ci-dessous, dans les deux cas, il y a blocage sonique au niveau du col de la tuyère. Pour l'air $\gamma = 1,4$, et donc :

$$P^* = 7 \cdot 10^5 \cdot \left(\frac{2}{2,4}\right)^{\frac{1,4}{0,4}} = 3,7 \cdot 10^5 \text{ Pa} > P_{atm} = 10^5 \text{ Pa}$$

Donc $P_{col} = P^* = 3,7 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ et $M_{col} = 1$

S'après l'équation : $T^* = T_{col} = T_0 \frac{2}{\gamma+1} = (273 + 15) \cdot \frac{2}{1,4+1} = 240 \text{ K}$

Soit alors : $U_{col} = M_{col} a_{col} = \sqrt{\gamma r T_{col}} = \sqrt{1,4 \cdot 287 \cdot 240} = 310,5 \text{ m/d}$

Exercices N°12

Un courant d'air s'écoule subsoniquement dans une conduite adiabatique de 2 cm de diamètre. Le coefficient de friction moyen est 0,024. Quelle est la longueur de conduite nécessaire d'accélérer l'écoulement fluide de $M_1 = 0,1$ à $M_2 = 0,5$? Quelle longueur complémentaire l'accélérera à $M_3 = 1,0$? Supposez $\gamma = 1,4$.

Pour cet écoulement interne supposez que, à $M_1 = 0,1$, nous avons $p_1 = 600 \text{ kPa}$ et $T_1 = 450 \text{ K}$. A la section 2 plus éloignée en aval, $M_2 = 0,5$. Calculez (a) p_2 , (b) T_2 , (c) v_2 et (d) p_{02} .

Réponse

Avec les valeurs de $\frac{\bar{f}L^*}{D}$ lises de la table (III) :

$$\begin{aligned} \bar{f} \frac{\Delta L}{D} &= \frac{0,024 \Delta L}{0,02 \text{ m}} = \left(\frac{\bar{f}L^*}{D}\right)_{M=0,1} - \left(\frac{\bar{f}L^*}{D}\right)_{M=0,5} \\ &= 66,9216 - 1,0691 = 65,8525 \\ \Delta L &= \frac{65,8525(0,02 \text{ m})}{0,024} = 55 \text{ m} \end{aligned}$$

La longueur complémentaire $\Delta L'$ pour aller de $M = 0,5$ à $M = 1,0$ est prise directement de la table (II)

$$\begin{aligned} f \frac{\Delta L'}{D} &= \left(\frac{fL^*}{D}\right)_{M=0,5} = 1,0691 \\ \Delta L' &= L_{M=0,5}^* = \frac{1,0691(0,02 \text{ m})}{0,024} = 0,9 \text{ m} \end{aligned}$$

Ces calculs sont typiques : Il prend 55 m pour accélérer jusqu'à $M = 0,5$ et ensuite seulement 0,9 m plus pour arriver entièrement jusqu'au point sonique.

Comme information préliminaire nous pouvons calculer V_1 et p_{01} des données :

$$V_1 = M_1 a_1 = 0.1 [(1.4)(287)(450)]^{1/2} = 0.1(425 \text{ m/s}) = 42.5 \text{ m/s}$$

$$p_{01} = p_1 (1 + 0.2 M_1^2)^{3.5} = (600 \text{ kPa}) [1 + 0.2(0.1)^2]^{3.5} = 604 \text{ kPa}$$

Entrez maintenant à la table (III) pour trouver les rapports suivants

Section	M	p / p^*	T / T^*	V / V^*	p_0 / p_0^*
1	0.1	10.9435	1.1976	0.1094	5.8218
2	0.5	2.1381	1.1429	0.5345	1.3399

Employez ces proportions pour calculer toutes les propriétés en aval :

$$p_2 = p_1 \frac{p_2 / p^*}{p_1 / p^*} = (600 \text{ kPa}) \frac{2.1381}{10.9435} = 117 \text{ kPa}$$

$$T_2 = T_1 \frac{T_2 / T^*}{T_1 / T^*} = (450 \text{ K}) \frac{1.1429}{1.1976} = 429 \text{ K}$$

$$V_2 = V_1 \frac{V_2 / V^*}{V_1 / V^*} = (42.5 \text{ m/s}) \frac{0.5345}{0.1094} = 208 \text{ m/s}$$

$$p_{02} = p_{01} \frac{p_{02} / p_0^*}{p_{01} / p_0^*} = (604 \text{ kPa}) \frac{1.3399}{5.8218} = 139 \text{ kPa}$$

Exercices N°13

Un mélange air-carburant, supposé comme l'air avec $\gamma = 1.4$, entre à une chambre de combustion de conduite à $V_1 = 75 \text{ m/s}$, $p_1 = 150 \text{ kPa}$ et $T_1 = 300 \text{ K}$. L'ajout de chaleur par la combustion est 900 kJ/kg de mélange. Calculez (a) les propriétés de sortie V_2 , p_2 et T_2 , et (b) la quantité de chaleur totale ajoutée qui aurait causé un écoulement de sortie sonique.

Ce qui arrive à l'entrée de cet écoulement si l'ajout de chaleur est augmenté à 1400 kJ/kg et la pression et la température de stagnation à l'entrée sont fixées ? Quelle sera la diminution subséquente dans le débit massique de l'écoulement ?

Réponse

a) (a) D'abord on calcule $T_{01} = T_1 + \frac{V_1^2}{2c_p} = 300 + \frac{75^2}{[2.2005]} = 303 \text{ K}$. Alors on calcule la

variation de la température de stagnation du gaz : $q = c_p(T_{02} - T_{01})$

Ou $T_{02} = T_{01} + \frac{q}{c_p} = 303 + \frac{900000}{1005} = 1199 \text{ K}$

Nous avons assez d'information pour calculer le nombre de Mach initial :

$$a_1 = \sqrt{\gamma r T_1} = \sqrt{1,4 \cdot 287 \cdot 300} = 347 \text{ m/s}, M_1 = \frac{V_1}{a_1} = \frac{75}{347} = 0,216$$

Pour ce nombre de Mach, on emploie la table (IV) pour trouver la valeur sonique T_0^* :

$$\text{A } M_1 = 0,216: \frac{T_{01}}{T_0} \approx 0,1992 \text{ ou } T_0^* = \frac{303}{0,1992} \approx 1521K$$

Alors le rapport de température de stagnation à la section 2 est $\frac{T_0}{T_0^*} = \frac{1199}{1521} = 0,788$, qui correspond dans la table (IV) à un nombre de Mach $M_2 \approx 0,573$.

On emploie maintenant la table (IV) à M_1 et M_2 pour tabuler les rapports de propriétés désirés.

Section	M	V / V^*	p / p^*	T / T^*
1	0.216	0.1051	2.2528	0.2368
2	0.573	0.5398	1.6442	0.8876

Les propriétés de sortie sont calculées en employant ces proportions pour trouver l'état 2 de l'état 1 :

$$V_2 = V_1 \frac{V_2 / V^*}{V_1 / V^*} = (75 \text{ m/s}) \frac{0.5398}{0.1051} = 385 \text{ m/s}$$

$$p_2 = p_1 \frac{p_2 / p^*}{p_1 / p^*} = (150 \text{ kPa}) \frac{1.6442}{2.2528} = 109 \text{ kPa}$$

$$T_2 = T_1 \frac{T_2 / T^*}{T_1 / T^*} = (300 \text{ K}) \frac{0.8876}{0.2368} = 1124 \text{ K}$$

b) l'ajout de chaleur maximal permis conduirait le nombre de Mach de la sortie à l'unité :

$$T_{02} = T_0^* = 1521K$$

$$q_m = C_p(T_0^* - T_{01}) = [1005](1521 - 303) \approx 1,22 \text{ J/Kg}$$

Pour $q = 1400 \text{ kJ/kg}$, la sortie sera étranglée (suffoquée) à la température de stagnation

$$T_0^* = T_{01} + \frac{q}{C_p} = 303 + \frac{1,4 \cdot 10^6}{1005} \approx 1696K$$

C'est plus haut que la valeur $T_0^* = 1521K$ dans l'exemple (VII.1), donc nous savons que la condition 1 devra suffoquer vers un nombre de Mach inférieur. La valeur appropriée est trouvée du rapport $\frac{T_{01}}{T_0^*} = \frac{303}{1696} = 0,1787$. De la table (IV) pour cette condition, nous lisons le nouveau

nombre de Mach d'entrée baissé : $M_{1,nouv} \approx 0,203$. avec T_{01} et p_1 connu, les autres propriétés d'entrée suivent de ce nombre de Mach :

$$T_1 = \frac{T_{01}}{1 + 0.2M_1^2} = \frac{303}{1 + 0.2(0.203)^2} = 301K$$

$$a_1 = \sqrt{\gamma RT_1} = [1.4(287)(301)]^{1/2} = 348 m / s$$

$$V_1 = M_1 a_1 = (0.202)(348 m / s) = 70 m / s$$

$$\rho_1 = \frac{p_1}{RT_1} = \frac{150000}{(287)(301)} = 1.74 kg / m^3$$

Finalement, le nouveau débit massique baissé d'écoulement par unité de surface est

$$\frac{\dot{m}_{nouv}}{A} = \rho_1 V_1 = (1.74 kg / m^3)(70 m / s) = 122 kg / (s.m^2)$$

C'est 7% moins que dans l'Exemple 9.14, dû à la suffocation par l'excès d'addition de chaleur.