Correction Série 2

Exo:1

1) Pression P_A de l'huile au point A: $\boxed{P_A = \frac{4.F_{P1/h}}{\pi.D_1^2}}$ A.N $\boxed{P_A = \frac{4.150}{\pi.0{,}01^2} = 19.10^5\ P_a}$

2) RFH entre A et B: $\boxed{P_A - P_B = \varpi.(Z_B - Z_A)}$, or $Z_A = Z_B$ donc $\boxed{P_B = P_A = 19.10^5\ Pascal}$.

3) Force de pression en B : $\boxed{F_{h/P2} = P_B.\frac{\pi.D_2^2}{4}}$ .N. $\boxed{F_{h/P2} = 19.10^5.\frac{\pi.0{,}1^2}{4} = 14922{,}56\ N}$

Commentaire: On constate que la force $F_{p1/h}$ = 150 N est relativement faible par rapport à $F_{h/P2}$=14922,56 N. Avec ce système nous avons atteint un rapport de réduction de force de presque 100. Ce rapport correspond au rapport des diamètres des cylindres. On utilise souvent le même principe de réduction d'effort dans plusieurs applications hydrauliques (exemple: presse hydraulique).

Exo:2

1) RFH entre B et A : $P_B - P_A = \rho_1 g(Z_A - Z_B)$ Or P_A=P_{atm} et Z_A-Z_B=h_1

Donc $\boxed{P_B = P_{atm} + \rho_1 g.h_1}$ A.N. $\boxed{P_B = 10^5 + 850.9{,}81.6 = 150031\ Pa = 1{,}5\ bar}$

2) RFH entre A et E : $P_A - P_E = \rho_1 g(Z_E - Z_A)$ Or P_A=P_E=P_{atm}

Donc $\boxed{Z_E = Z_A = h_1 + h_2}$ A.N. $\boxed{Z_E = 6 + 5 = 11\ m}$

3) RFH entre C et B : $P_C - P_B = \rho_2 g(Z_B - Z_C)$ Or Z_B-Z_C=h_2

Donc $\boxed{P_C = P_B + \rho_2 g.h_2}$ A.N. $\boxed{P_C = 150031 + 1000.9{,}81.5 = 199081\ Pa = 2\ bar}$

4) RFH entre C et D : $P_C - P_D = \rho_2 g(Z_D - Z_C)$ Or P_D=P_{atm} et Z_C=0

Donc $\boxed{Z_D = \frac{P_C - P_{atm}}{\rho_2.g}}$ A.N. $\boxed{Z_D = \frac{199081 - 10^5}{1000.9{,}81} = 10{,}1\ m}$

Exo:3

1) Relation fondamentale de l'hydrostatique :

Alcool : $P_2 - P_1 = \rho_{alcool}.g.h_1$

Mercure : $P_2 - P_3 = 0$

Eau : $P_3 - P_4 = \rho_{eau}.g.h_2$

2) On sait que $P_1=P_2=P_{atm}$ et $P_2=P_3$ donc $\rho_{alcool}.g.h_1 = \rho_{eau}.g.h_2$

Donc $\boxed{\rho_{alcool} = \rho_{eau}.\frac{h_2}{h_1}}$ A.N. $\boxed{\rho_{alcool} = 1000.\frac{24}{30} = 800\ kg/m^3}$

Exo:4

Le ballon est soumis à son poids $\vec{P}$ et à la poussée d'Archimède $\vec{F_a}$:

$$\vec{R} = \vec{P} + \vec{F_a}$$

Le module du poids à l'altitude z est :

$$P = \rho V(z) g$$

La poussée d'Archimède est égale au poids de volume de fluide déplacé soit :

$$F_a = \rho_a V(z) g$$

où ρ et ρ_a sont les masses volumiques pour le gaz dans le ballon et l'air extérieur respectivement.
En projection sur l'axe z ascendant la résultante est donc :

$$R = \rho_a V(z) g - \rho V(z) g = (\rho_a - \rho) V(z) g$$

Le ballon sera à l'équilibre lorsque les forces de pression exercées sur la face interne du ballon égalisent celles exercées sur la face externe, soit en utilisant la relation des gaz parfaits :

$$\rho r T(z) = \rho_a r_a T(z)$$

Ceci conduit à :

$$\rho r = \rho_a r_a$$

Exo:5

1) Poids volumique $\boxed{\varpi = \rho.g}$

A.N. $\boxed{\varpi = 1000.9,81 = 9810\ N/m^3}$

2) Pression au point G $\boxed{P_G = P_{atm} + \varpi.h}$.

A.N. $\boxed{P_G = 10^5 + 9810.15,3 = 2,5.10^5\ Pascal}$

3) Intensité de la poussée $\boxed{\left\|\vec{R}\right\| = P_G.\frac{\pi.d^2}{4}}$

A.N. $\boxed{\left\|\vec{R}\right\| = 2,5.10^5.\frac{\pi.1^2}{4} = 196349,5\ N}$

4) Moment quadratique $\boxed{I_{(G,\vec{Z})} = \frac{\pi.d^4}{64}}$

A.N. $\boxed{I_{(G,\vec{Z})} = \frac{\pi.1^4}{64} = 0,049\ m^4}$

5) Moment des forces de pression $\boxed{\vec{M}_G = \varpi.I_{(G,\vec{Z})}.\vec{Z}}$

A.N. $\boxed{\left\|\vec{M}_G\right\| = 9810.0,049 = 480,6\ N.m}$

6) Position centre de poussée : $\boxed{y_c = -\frac{\varpi.I_{(G,\vec{Z})}}{\left\|\vec{R}\right\|}}$

A.N. $\boxed{y_c = -\frac{9810.0,049}{196349,5} = 2,44.10^{-3}\ m}$

Exo : 6

1) Calcul de $\left\|\vec{R}\right\|$:

$\left\|\vec{R}\right\| = P_G.S$,

On applique la RFH entre le point G et un point A à la surface de l'eau on obtient :

$P_G = \varpi.\frac{h}{2} + P_A$

En A, sommet du barrage, la pression de l'eau est supposé égale à la pression atmosphérique.

La surface du barrage est : $S = b.h$, donc :

$\boxed{\left\|\vec{R}\right\| = (P_{atm} + \varpi.\frac{h}{2}).b.h}$ A.N. $\boxed{\left\|\vec{R}\right\| = (10^5 + 9810.\frac{60}{2}).200.60 = 4{,}73.10^9\ N}$

2) Calcul de y_0 :

$y_0 = -\frac{\varpi.I_{(G,\vec{Z})}}{\left\|\vec{R}\right\|}$

Le moment quadratique $I_{(G,\vec{Z})} = \frac{b.h^3}{12}$, donc

$\boxed{y_0 = -\frac{\varpi.\frac{bh^3}{12}}{\left\|\vec{R}\right\|}}$ A.N. $\boxed{y_0 = -\frac{9810.\frac{200.60^3}{12}}{4{,}73.10^9} = -7{,}46\ m}$

Commentaire: *On remarque que le centre de poussée est très au dessous du centre de surface. Dans le calcul de stabilité du barrage il est hors de question de confondre ces deux points.*