

Correction Série 4

Exo:1

1) On calcule le nombre de Reynolds : $R = \frac{V.d}{\nu}$

A.N. $R = \frac{10,5 \cdot 0,03}{1 \cdot 10^{-6}} = 315000 > 100000$: donc l'écoulement est turbulent rugueux.

2) $R = \frac{10,5 \cdot 0,03}{110 \cdot 10^{-6}} = 2863,63 > 2000 < R < 100000$ l'écoulement est turbulent lisse

3) $R = \frac{10,5 \cdot 0,03}{290 \cdot 10^{-6}} = 1086,2 < R < 2000$ donc l'écoulement est laminaire.

Exo:2

1) Viscosité cinématique : $\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{\mu}{d \cdot \rho_{eau}}$ A.N. $\nu = \frac{0,11}{1000 \cdot 0,932} = 118 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 / \text{s}$

2) Vitesse d'écoulement : $V = \frac{4 \cdot q_v}{\pi \cdot D^2}$ A.N. $V = \frac{4 \cdot 19,7 \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot 0,25^2} = 0,4013 \text{ m/s}$

3) Nombre de Reynolds : $Re = \frac{V \cdot D}{\nu}$ A.N. $Re = \frac{0,4013 \cdot 0,25}{118 \cdot 10^{-6}} = 850,222$

4) $Re < 2000$ donc l'écoulement est laminaire.

5) Formule de poiseuille : $\lambda = \frac{64}{Re}$

A.N. $\lambda = \frac{64}{850,211} = 0,07527$

6) Perte de charge linéaire : $J_L = -\lambda \cdot \frac{V^2}{2} \cdot \left(\frac{L}{D} \right)$

A.N. $J_L = -0,07527 \cdot \frac{0,4013^2}{2} \cdot \left(\frac{1650}{0,25} \right) = 40 \text{ J/Kg}$

exo:3

1) $V = \frac{q_v}{S} = 4 \cdot \frac{q_v}{\pi \cdot d^2} = 0,2 \text{ m/s}$

2) $Re = \frac{V \cdot d}{\nu} = \frac{V \cdot d}{\left(\frac{\mu}{\rho} \right)} = 27000$

$2000 < Re < 10^5$ il s'agit d'un écoulement turbulent lisse.

3) On applique la formule de Blasius : $\lambda = 0,316 \cdot Re^{-0,25} = 0,025$

La perte de charge linéaire est : $J_{12} = -\lambda \cdot \frac{V^2}{2} \cdot \left(\frac{L}{d} \right) = -0,24 \text{ J/kg}$

4) On applique le théorème de Bernoulli généralisé entre les points (1) et (2):

$$\frac{1}{2}(V_2^2 - V_1^2) + \frac{1}{\rho} \cdot (P_2 - P_1) + g \cdot (Z_2 - Z_1) = J_{12} + \frac{P_{net}}{\rho \cdot q_v}$$

$V_2 = V_1$, $P_2 = P_1$ donc $P_{net} = \rho \cdot q_v \cdot (g(Z_2 - Z_1) - J_{12}) = 962 \text{ W}$

5) $P_a = \frac{P_{net}}{\eta} = 1202 \text{ W}$

Commentaire : Nous avons négligé dans cet exercice les pertes de charges singulières. La prise en compte de ces pertes de charge va induire une augmentation de la puissance de pompage.

exo:4

1) Vitesse d'écoulement : $V = \frac{4 \cdot q_v}{\pi \cdot d^2}$ A.N. $V = \frac{4 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot 0,03^2} = 2,83 \text{ m/s}$

2) Nombre de Reynolds : $Re = \frac{V \cdot d}{\left(\frac{\mu}{\rho}\right)}$ A.N. $Re = \frac{2,83 \cdot 0,03}{\left(\frac{10^{-3}}{10^3}\right)} = 84900$

3) $2000 < Re < 10^5$: il s'agit d'un écoulement turbulent lisse.

4) Formule de Blasius : $\lambda = 0,316 \cdot Re^{-0,25}$ A.N. $\lambda = 0,316 \cdot 84900^{-0,25} = 0,018$

5) Perte de charge linéaire :

$J_{linéaire} = -\lambda \cdot \frac{V^2}{2} \cdot \left(\frac{L}{d}\right)$ A.N. $J_{linéaire} = -0,0185 \cdot \frac{2,83^2}{2} \cdot \frac{15}{0,03} = -37 \text{ J/kg}$

6) Perte de charge singulière:

$J_{singulière} = -K_s \cdot \frac{V^2}{2}$ A.N. $J_{singulière} = -0,3 \cdot \frac{2,83^2}{2} = -1,2 \text{ J/kg}$

7) Equation de Bernoulli :

$\frac{1}{2}(V_2^2 - V_1^2) + \frac{1}{\rho} \cdot (P_2 - P_1) + g \cdot (Z_2 - Z_1) = \frac{P_n}{\rho \cdot q_v} + J_{linéaire} + J_{singulière}$ Or $V_1 = V_2$, $P_1 = P_2 = P_{atm}$

Donc : $P_n = \rho \cdot q_v \cdot [g \cdot (Z_2 - Z_1) - (J_{linéaire} + J_{singulière})]$

A.N. $P_n = 1000 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot [9,81 \cdot (10 - 3) + 37 + 1,2] = 213,74 \text{ w}$

8) Puissance absorbée par la pompe : $P_a = \frac{P_n}{\eta}$ A.N. $P_a = \frac{213,74}{0,75} = 285 \text{ w}$

exo 5

1) Vitesse d'écoulement : $V_2 = \frac{4 \cdot q_v}{\pi \cdot d^2}$

A.N. $V_2 = \frac{4 \cdot 0,629 \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot 0,02^2} = 2 \text{ m/s}$

2) Nombre de Reynolds : $Re = \frac{V \cdot d}{\left(\frac{\mu}{\rho}\right)}$

A.N. $Re = \frac{2 \cdot 0,02}{\left(\frac{0,0006}{750}\right)} = 50000$

3) $2000 < Re < 100000$ donc il s'agit d'un écoulement turbulent lisse.

4) Formule de Blasius $\lambda = 0,316 \cdot Re^{-0,25}$

A.N. $\lambda = 0,316 \cdot 50000^{-0,25} = 0,0211$

5) Perte de charge linéaire : $J_{12} = -\lambda \cdot \left(\frac{L}{d}\right) \cdot \left(\frac{V^2}{2}\right)$

A.N. $J_{12} = -0,0211 \cdot \left(\frac{3,32}{0,02}\right) \cdot \left(\frac{2^2}{2}\right) = -7 \text{ J/kg}$

6) Equation de Bernoulli : $\frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + g \cdot (Z_2 - Z_1) = J_{12} + \frac{\eta \cdot P_a}{q_m}$

or $V_1 = 0$ et $Z_2 - Z_1 = H$

Donc $P_a = \frac{\rho \cdot q_v}{\eta} \cdot \left(\frac{V_2^2}{2} + g \cdot H - J_{12}\right)$

A.N. $P_a = \frac{750 \cdot 0,629 \cdot 10^{-3}}{0,674} \cdot \left(\frac{2^2}{2} + 9,8 \cdot 2 + 7\right) = 20 \text{ w}$

exo;6

1) Vitesse d'écoulement $V = \frac{4 \cdot Q_v}{\pi \cdot d^2}$ A.N. $V = \frac{4 \cdot 10,6 \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot 0,15^2} = 0,6 \text{ m/s}$.

2) Théorème de Bernoulli entre O et A : $\frac{V_O^2 - V_A^2}{2} + \frac{P_O - P_A}{\rho} + g(Z_O - Z_A) = 0$

Or $V_O = 0$ et $P_O = P_{\text{atm}} = 1 \text{ bar}$, donc $P_A = P_O + \rho \cdot g(Z_O - Z_A) - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_A^2$

A.N. $P_A = 10^5 + 1000 \cdot 9,81 \cdot (1,5 - 0) - \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot 0,6^2 = 114535 \text{ Pa} = 1,14535 \text{ bar}$

3) Nombre de Reynolds $R_e = \frac{\rho \cdot V \cdot d}{\mu}$ A.N. $R_e = \frac{1000 \cdot 0,6 \cdot 0,15}{10^{-3}} = 90000$

4) $2000 < R_e < 100000$ donc l'écoulement est **turbulent lisse**.

5) Coefficient de perte de charge linéaire $\lambda = 0,316 \cdot R_e^{-0,25}$

A.N. $\lambda = 0,316 \cdot 90000^{-0,25} = 0,01824$

6) Perte de charge linéaire $J_L = -\lambda \cdot \frac{V^2}{2} \cdot \left(\frac{L}{d}\right)$

A.N. $J_L = -0,01824 \cdot \frac{0,6^2}{2} \cdot \left(\frac{10+8}{0,15}\right) = -0,4 \text{ J/kg}$

7) Théorème de Bernoulli entre A et D : $\frac{V_D^2 - V_A^2}{2} + \frac{P_D - P_A}{\rho} + g(Z_D - Z_A) = J_L + \frac{P_n}{\rho \cdot Q_v}$

Or $V_A = V_D$, $P_D = P_{\text{atm}}$ et $Z_A = 0$ donc $P_n = \rho \cdot Q_v \cdot \left(g Z_D + \frac{P_{\text{atm}} - P_A}{\rho} - J_L \right)$

A.N. $P_n = 1000 \cdot 10,6 \cdot 10^{-3} \cdot \left(9,81 \cdot 8,3 + \frac{10^5 - 11452 \cdot 10^5}{1000} + 0,4 \right) = 713,411 \text{ w}$

8) Puissance absorbée par la pompe $P_a = \frac{P_n}{\eta}$ A.N. $P_a = \frac{713,411}{0,8} = 891,763 \text{ w}$