Université Mohamed BOUDIAF de M'sila *12/05/2024*
Faculté des mathématiques et de L'informatique *Niveau : L2*

Département de mathématiques *Module : Ana. Num.2*

Examen final

Exercice 01(10pts)
Considérons le système suivant:

$$(*)\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + x_3 = 6 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 = 10 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = -3 \end{cases}$$

1-Ecrire le système $(*)$ sous forme matricielle $Ax = b$.
2-Montrer que la matrice A admet une unique factorisation LU.
2- Montrer que A est symétrique définie positive :
3- Effectuer la factorisation de Cholesky de A.
4- Utiliser cette factorisation pour résoudre le système linéaire$(*)$.
5-Vérifier que les processus itératifs de Jacobi et Gauss-Seidel, associés au système $(*)$, convergent pour tout $\mathrm{x}^{(0)} \in \mathbb{R}^3$
6- Ecrire le système d'itération pour la méthode Jacobi et de gauss Seidel.

Exercice 2.(10pts) Soit le problème de Cauchy suivant

$$(*)\begin{cases} y'(t) = t + 1 - y(t) \\ y(0) = 1 \end{cases} \quad t \in [0,\ 1]$$

1-Vérifier que la solution exacte de ce problème est: $y(t) = e^{-t} + t$
2- Approximer la solution de $(*)$ pour $h = \dfrac{1}{10}$ en $t = 0.3$ par la méthode d'Euler explicite.
3-En déduire une approximation de $y'(0.3)$.
4- Comparer la valeur $y(0.3)$ avec la solution exacte.
5- Calculer une valeur approchée de $y(0.2)$ par la méthode de Rung-Kutta d'ordre 4 avec un pas $h = \dfrac{1}{5}$.
6- Comparer la valeur $y(0.2)$ avec la solution exacte.