Chapitre 2 : Rappels sur les lois fondamentales de l'électricité

1.0

Janvier 2024

Paternité - Pas d'Utilisation Commerciale : http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/fr/

Table des matières

I - Rappels sur les lois fondamentales de l'électricité 3

1. 2.1 Régime permanent 3

1.1. 2.1.1 Dipôle électrique 3

1.2. 2.1.2 Propriétés des dipôles 4

1.3. 2.1.3 Association de dipôles 4

1.4. 2.1.4 Association de dipôles élémentaires R, L et C 5

2. 2.2 Régime sinusoïdal 7

2.1. 2.2.1 Représentation des grandeurs sinusoïdales 7

2.2. 2.2.2 Valeurs moyennes et efficaces 7

2.3. 2.2.3 Représentation vectorielle d'une grandeur sinusoïdale 8

2.4. 2.3 Impédances complexe .....

3. 2.3 Impédances complexe 8

4. 2.4 Impédances complexes des dipôles R, L et C 9

4.1. 2.4.1 Impédance complexe de la résistance 9

4.2. 2.4.2 Condensateur 9

4.3. 2.4.3 Bobine 9

5. 2.5 Puissances en régime sinusoïdal (instantanée, active, réactive, apparente) 10

5.1. 2.5.1 Puissance instantanée 10

6. 2.6 Théorème de Boucherot 10

I Rappels sur les lois fondamentales de l'électricité

Après un rappel des lois mathématiques sur les nombres complexes. Dans ce chapitre, on va aborder les principaux dipôles électrique ainsi les lois fondamentales qui les régissent.

1. 2.1 Régime permanent

En régime continu, les grandeurs courant et tension sont constantes dans le temps.

1.1. 2.1.1 Dipôle électrique

Un dipôle électrique est un composant unique ou un ensemble de composants, connectés à deux (02) bornes (voir figure 2.1).

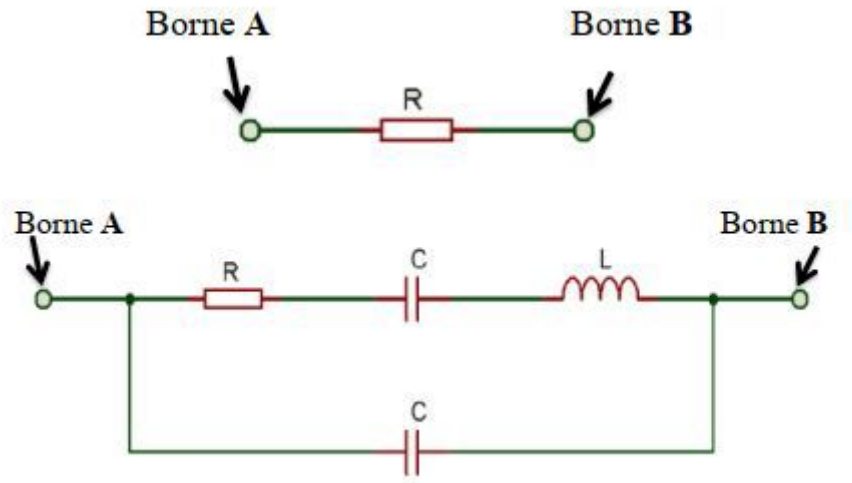

Figure 2.1 Dipôles électriques.

On y place un sens pour le courant.

Convention récepteur : le courant i et la tension u sont orientés en sens opposés.

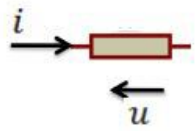

Figure 2.2 Convention récepteur.

Convention générateur : le courant i et la tension u sont orientés dans le même sens.

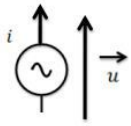

Figure 2.3 Convention générateur.

En régime continu, on classe les dipôles, en deux (02) catégories :

- ***Dipôle passif :*** C'est un dipôle qui consomme de l'énergie électrique et ne comporte aucune source d'énergie. On citera par exemples : résistance, inductance, ampoule

Figure 2.4 Dipôles passifs.

- ***Dipôle actif*** : C'est un dipôle qui comporte une source d'énergie. Par exemple, on peut citer pile, ou moteur électrique à courant continu.

Figure 2.5 Dipôles actifs.

1.2. 2.1.2 Propriétés des dipôles

A- Polarité

Un dipôle est polarisé lorsqu'on ne peut pas permuter ses bornes, comme exemple :

condensateur chimique, générateur de courant continu, diode... .En cas d'inversion des bornes, on peut perturber le fonctionnement du circuit. Pour un dipôle non polarisé, la permutation de leurs bornes n'influe pas sur le fonctionnement du circuit. La résistance est un dipôle non-polarisé.

B- Linéarité

Un dipôle est linéaire lorsqu'il répond aux critères mathématiques de linéarité. La caractérisation courant/tension est une droite. Une résistance pure est un dipôle linéaire, par contre la diode est un dipôle non linéaire.

1.3. 2.1.3 Association de dipôles

Dans un circuit électrique, les dipôles peuvent être associés en série ou en parallèle. Ces deux associations ont des avantages et aussi inconvénients.

- Dipôles en série :

Les dipôles sont associés en série lorsqu'ils sont branchés les uns à la suite des autres. Le courant est commun à tous les dipôles. La tension u est la somme des tensions aux bornes de chaque dipôle.

- Dipôles en parallèle :

La tension u est commune à tous les dipôles. Le courant total est la somme des courants aux bornes de chaque dipôle.

1.4. 2.1.4 Association de dipôles élémentaires R, L et C

A- Association des résistances (R)

En série

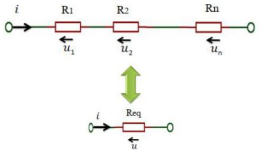

Figure 2.6 Association des résistances en série.

Le courant est commun à toutes les résistances. La tension aux bornes de l'ensemble est égale à :

$$u=u_1+u_2+u_3+.....+u_n=(R_1+R_2+R_3+.....+R_n)i=R_{eq}i$$

La résistance équivalente est alors égale à la somme des résistances placées en série. Son unité est Ω.

$$R_1+R_2+R_3+.....+R_n=\sum_1^n R_n$$

En parallèle

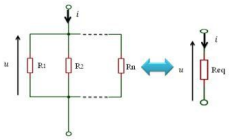

Figure 2.7 Association des résistances en parallèle.

En parallèle, la tension est commune à toutes les résistances. Le courant qui entre dans l'ensemble est donné, selon la loi des nœuds, par:

$$i=i_1+i_2+i_3+.....+i_n=\frac{u}{R_1}+\frac{u}{R_2}+\frac{u}{R_3}+.....\frac{u}{R_n}=(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+.....\frac{1}{R_n})u$$

L'admittance équivalente est égale à la somme des inverses des résistances placées en parallèle. Son unité est $\Omega-1$

$$Y_{eq}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+.....\frac{1}{R_n}=\sum_1^n\frac{1}{R_n}$$

B- Association des inductances (L)

En série

Associer des inductances en série revient à augmenter le nombre total de spires. La tension aux bornes d'une inductance traversée par un courant d'intensité variable en fonction du temps est donnée par :

$$u_L=L\frac{di}{dt}$$

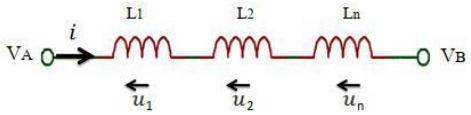

Figure 2.8 Association des inductances en série.

L'inductance équivalente est alors égale à la somme des inductances placées en série. (On suppose que le courant a le même sens de circulation dans les bobines).

$$L_1 + L_2 + L_3 + ... + L_n = \sum_1^n L_n$$

En parallèle

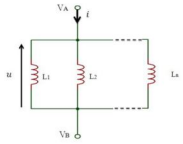

Figure 2.9 Association inductances en parallèle.

L'admittance équivalente est égale à la somme des inductances placées en parallèle :

$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + ... \frac{1}{L_n} = \sum_1^n \frac{1}{L_n}$$

On arrive donc à la même formule que pour des résistances.

C- Association des condensateurs (C)

En série

Un condensateur est caractérisé par sa capacité, notée C et exprimée en Farads (symbole F).

La tension aux bornes d'un condensateur traversé par un courant d'intensité variable en fonction du temps est :

$$u_C = \frac{1}{C} \int i dt$$

Ici, le courant est commun à tous les condensateurs. La tension aux bornes de l'ensemble est :

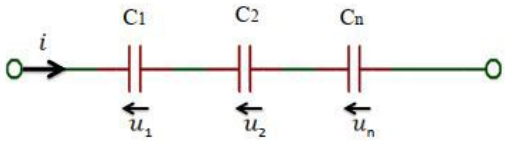

Figure 2.10 Association des condensateurs en série.

Il vient alors :

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + ... \frac{1}{C_n} = \sum_1^n \frac{1}{C_n}$$

En parallèle

En parallèle la tension est commune à tous les condensateurs. Le courant (voir figure 2.11) qui entre dans l'ensemble est (loi des nœuds):

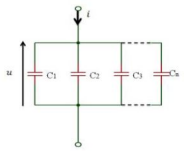

Figure 2.11 Association des condensateurs en parallèle.

$$C_1+C_2+C_3+.....+C_n=\sum_1^n C_n$$

2. 2.2 Régime sinusoïdal

Aujourd'hui, tous les réseaux d'énergie fonctionnent avec des courants et tensions alternatifs et de formes sinusoïdales. Les grandeurs sinusoïdales sont des grandeurs périodiques particulières dont l'étude est importante en électronique et en électrotechnique [3].

2.1. 2.2.1 Représentation des grandeurs sinusoïdales

La représentation réelle des grandeurs sinusoïdales (courant et tension) est donnée par :

$$u(t)=U_M\sin(\omega t+\varphi_u)$$

$$i(t)=I_M\sin(\omega t+\varphi_i)$$

U_M et I_M : Valeurs maximales respectives de u (t) et de i(t)

$\omega t + \varphi$: Phase instantanée

ω : Pulsation en rad/s , avec $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$

f : Fréquence en Hz et T : Période en Seconde

φ_u, φ_i : Phases à l'origine des temps de u (t) et i(t) .

$\varphi = \varphi_u - \varphi_i$: Différence de phase entre u (t) et i(t).

2.2. 2.2.2 Valeurs moyennes et efficaces

Valeur moyenne

Une fonction périodique u (t) de période T a une valeur moyenne U_{Moy} donnée par :

$$U_{moy}=\frac{1}{T}\int_0^T u(t)dt$$

La valeur moyenne d'un signal sinusoïdal est nulle.

Valeur efficace

En général, pour une fonction périodique u (t) de période T , la valeur efficace est donnée par :

$$U_{eff}=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u(t)^2dt}$$

2.3. 2.2.3 Représentation vectorielle d'une grandeur sinusoïdale

On peut aussi représenter une grandeur sinusoïdale (courant, tension) par un vecteur tournant dans le plan à la vitesse de rotation ω, dans le sens trigonométrique, c'est le vecteur de Fresnel associé à cette grandeur sinusoïdale. Pour simplifier la représentation des vecteurs de Fresnel, on choisit de les représenter à t=0, ce qui ne change en rien, le résultat final.

La norme du vecteur de Fresnel U_{eff} de la grandeur $u\,(t)$est égale à sa valeur efficace.

$$u(t)=U_{eff}\sqrt{2}\sin(\omega t+\varphi)$$

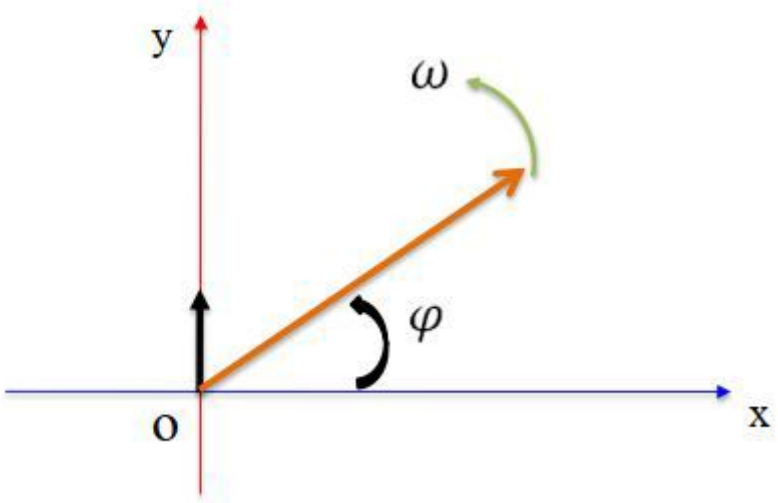

Figure 2.12 Vecteur de Fresnel.

3. 2.3 Impédances complexe

"To impede" en Anglais est synonyme de « retenir » ou « faire obstacle à ».

L'impédance électrique permet de mesurer l'opposition d'un circuit électrique (des dipôles) au passage d'un courant électrique. Soit un circuit traversé par un courant électrique alternatif sinusoïdal de la forme

$$I(t)=I_{eff}\sqrt{2}\sin(\omega t+\varphi)$$

$$I(t)=I_{eff}\sqrt{2}\,e^{j\varphi}$$

En utilisant la formule d'Euler, nous pouvons l'écrire sous la forme complexe :

$$I(t)=I_{eff}\sqrt{2}\sin(\omega t)+j\,I_{eff}\sqrt{2}\cos(\omega t)$$

4. 2.4 Impédances complexes des dipôles R, L et C

4.1. 2.4.1 Impédance complexe de la résistance

En, utilisant la loi d'Ohm :

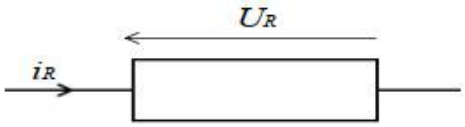

Figure 2.13 Impédance ZR.

On a

$$Z_R = \frac{U_R}{I_R} = R$$

4.2. 2.4.2 Condensateur

Soit une tension appliquée au condensateur : $U_C = E\,e^{j\omega t}$ on considère que la phase φ = 0 .

L'impédance du condensateur est égale à :

$$Z_C = \frac{U_C}{I_C}$$

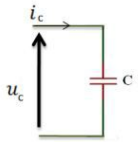

Figure 2.14 L'impédance Zc.

$U_C = \frac{1}{C}\int i_C(t)\,dt$ ce qui implique $\frac{dU_C}{dt} = \frac{1}{C} i_C(t)$

Donc $Z_C = \frac{1}{j\,C\,\omega}$

4.3. 2.4.3 Bobine

Soit une bobine traversée par un courant $I_L(t) = I\,e^{j\omega t}$

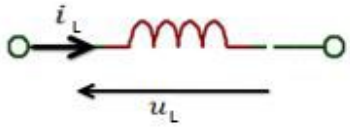

Figure 2.15 Impédance ZL.

$$U_L(t) = L\frac{di}{dt}$$

Donc $Z_L = j\,L\,\omega$

5. 2.5 Puissances en régime sinusoïdal (instantanée, active, réactive, apparente)

La puissance en régime alternatif est la puissance dans un circuit électrique fonctionnant en régime alternatif sinusoïdal. Dans cette section, on aborde les notions de puissance active, apparente et réactive

5.1. 2.5.1 Puissance instantanée

En régime sinusoïdal, la tension aux bornes d'un dipôle est égale à $u(t)=U_{eff}\sqrt{2}\sin(\omega t+\varphi)$ Lorsqu'il est traversé par un courant instantané de forme

$i(t)=I_{eff}\sqrt{2}\sin(\omega t)$, le dipôle "absorbe" à chaque instant une puissance instantanée.

La puissance instantanée est $p(t)=U(t)*i(t)=U_{eff}\sqrt{2}\sin(\omega t+\varphi)I_{eff}\sqrt{2}\sin(\omega t)$

Donc $p(t)=U(t)*i(t)=2U_{eff}I_{eff}\cos(\varphi)$

Puissance active

La puissance active représente la puissance moyenne consommée par le dipôle. Elle est exprimée en Watts.

$P=U*I*\cos(\varphi)[Watts]$

Puissance réactive

Le produit UI. sin φ représente la puissance réactive et a pour symbole Q. s'exprime en Volt-Ampères-Réactifs [V.A.R]

$Q=U*I*\sin(\varphi)[VAR]$

Puissance apparente

La puissance apparente est la puissance fournie par la source. Mathématiquement, le produit , s'exprime en Volt Ampère. Elle a pour symbole *S*

$S=U*I[VA]$

6. 2.6 Théorème de Boucherot

Le théorème de Boucherot énonce la conservation des puissances active et réactive. Dans toute installation électrique (plusieurs récepteurs de nature différente), on a :

La ***puissance active totale*** consommée par l'installation est égale à ***la somme arithmétique*** des puissances actives consommées par chaque récepteur

$$P_T=P_1+P_2+P_3+.....+P_n=\sum_{i=1}^{n}P_I$$

La ***puissance réactive totale*** consommée par l'installation est ***la somme algébrique*** des puissances réactives consommées par chaque récepteur.

$$Q_T=Q_1+Q_2+Q_3+.....+Q_n=\sum_{i=1}^{n}Q_i$$

Par contre les puissances apparentes ne se conservent pas. S n'est pas égale à $S_T\neq S_1+S_2+S_3+.....+S_n$

Pour appliquer la méthode de Boucherot à un circuit ou une installation, il faut dresser le bilan des puissances actives et réactives. Ce bilan peut se présenter sous la forme d'un tableau.

Tableau 1 : Bilan de puissance.

DIPOLES	PUISSANCE ACTIVE (W)	PUISSANCE REACTIVE (VAR)
Récepteur 1	P_1	Q_1
Récepteur 2	P_2	Q_2
Récepteur 3	P_3	Q_3
INSTALLATION	$P=P_1+P_2+P_3$	$Q=Q_1+Q_2+Q_3$