

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة محمد بوضياف المسيلة
كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية
و علوم التسيير
قسم العلوم الاقتصادية

محاضرات في مقياس اساسيات بحوث العمليات

مقدمة لطلبة السنة الثانية علوم اقتصادية

من إعداد أ د/ بن يوسف نوة

2024-2023

المحور الأول: البرمجة الخطية

البرمجة الخطية هي تقنية رياضية تبحث عن حل أو حلول لمشكلة اقتصادية سواء كانت إنتاجية، مالية، مسألة نقل، تحليل المشاريع، مباريات الخ... واختيار أفضل حل من بين الحلول الممكنة والذي يمثل الحل الأمثل. هذه التقنية الرياضية تستعمل خاصة من طرف المسيرين والمشرفين على المشاريع المختلفة لإيجاد الطريقة المثلى لتخصيص موارد المؤسسة المحدودة لاستخدامات مختلفة من أجل تحقيق هدف معين. وهناك عدة أنواع من القيود نذكر منها على سبيل المثال لا الحصر قيود خاصة بالعملية الإنتاجية، قيود تخزينية، قيود تسويقية

وعلى ضوء هذه القيود، فإن الحل الأمثل الذي يبحث عنه المسير باستعمال تقنيات البرمجة الخطية، هو ذلك الحل الذي يحدد له، كمية الإنتاج الواجب إنتاجها من كل نوع من المنتجات والتي تمكن المؤسسة من تحقيق أقصى ربح ممكن.

1- صياغة نموذج البرمجة الخطية:

حتى نتمكن من وضع برنامج خطي للمعطيات الاقتصادية أو الإدارية أو وضع صيغة رياضية لمسألة البرمجة الخطية، فإنه يجب توفر مجموعة من المتغيرات لها علاقة مباشرة بقيمة الهدف المراد تحقيقه ويحددها السؤال الذي نريد الإجابة عليه عند حل المسألة، وبصفة عامة فإن مسائل البرمجة الخطية تتكون من : مجموعة من المتغيرات، مجموعة معادلات أو متراجحات خطية وتسمى بالقيود، وكذا دالة تسمى بدالة الهدف.

القيود: على المخططين والمسيرين التزامات يجب أخذها بعين الاعتبار أثناء البحث عن الحل الأمثل، لهذا الغرض وضع القيد للإشارة إلى هذه الالتزامات والتقيد بها أثناء البحث عن الحل الأمثل.
دالة الهدف: هذه الدالة تمكنا من التمييز بين حل وحل آخر وعلى ضوءها يتم اختيار الحل الأمثل.

-أسس بناء النموذج الرياضي:

- 1- أن لا يكون النموذج معقد.
- 2- أن يكون النموذج معبرا عن المشكلة، وليس العكس أي تطويع المشكلة لتناسب النموذج
- 3- فهم حدود وقابلية النموذج عند التطبيق بحيث لا يمكن أن يحوي كل المتغيرات وخاصة السياسية والاجتماعية

4-النموذج هو وسيلة وليس الحقيقة نفسها ولا يمكن أن يكون أفضل من المعلومات التي تدخل في تكوينه ولهذا فهو لايجل محل صاحب القرار ابدا .

2-الصيغة العامة للبرمجة الخطية:

ا- دالة الهدف :

$$\text{Min or Max } ZP = C_1 X_1 + C_2 X_2 + \dots + C_n X_n$$

ب- القيود الهيكلية :

Subject to :

$$a_{11} X_1 + a_{12} X_2 + \dots + a_{1n} X_n \leq, =, \geq b_1$$

$$a_{21} X_1 + a_{22} X_2 + \dots + a_{2n} X_n \leq, =, \geq b_2$$

$$a_{m1} X_1 + a_{m2} X_2 + \dots + a_{mn} X_n \leq, =, \geq b_m$$

ج- قيد اللاسلبية :

$$X_1, X_2, X_3, \dots, X_n \geq 0$$

أي أن النموذج يشمل ثلاث عناصر أساسية هي دالة الهدف والقيود الهيكلية وقيد عدم السلبية.

إذ أن:

ZP : تمثل قيمة دالة الهدف (تعظيم أو تدنية) .

C : معاملات دالة الهدف (ربح أو كلفة الوحدة الواحدة الخ).

X : متغيرات القرار.

A : احتياجات كل وحدة واحدة من الموارد سواء كانت مواد أولية ، الزمن ، عدد العاملين ، الخ.

n : عدد المتغيرات.

m : عدد القيود .

b : الموارد المتاحة .

3-مجالات استخدام البرمجة الخطية:

ا-مشكلة التخصيص: هنا يتم تثبيت مقدار الكمية التي يجب إنتاجها من كل نوع من المخرجات من اجل مضاعفة الربح ,والهدف هو الوصول إلى اختيار كمية من المدخلات التي إذا ما اختيرت ستحقق أعلى ربحية من خلال بيع المنتج

ب-مشكلة التثبيت: هو تثبيت عنصر إنتاج إلى عنصر إنتاج آخر لانجاز أعلى كفاية ممكنة لنظام الإنتاج الذي يحقق أعلى ربحية

ج-مشكلة التوزيع: اختيار أفضل الطرائق من اجل الوصول إلى خفض كلف النقل من خلال تحديد الكميات الواجب نقلها من مركز الإنتاج إلى الأسواق

هـ-مشكلة الجدولة: هي تعديل المنتجات و جدولتها على مدار السنة لكي يخفض كلفة المواد الأولية والعمل الإضافي والنقل

و-مشكلة الخلط: تخفيض كلفة إنتاج مادة معينة فيها صفات الخلط بتحديد الكميات الداخلة في الخلط بحيث تكون العملية بأقل كلفة وأكثر نفع

مثال تطبيقي حول صياغة البرنامج الخطي:

حتى تتمكن من وضع النموذج الخطي بمعطيات اقتصادية او ادراية يجب معرفة مكونات البرنامج، وتتمثل في :

1- دالة الهدف؛ 2- القيود؛ 3- المتغيرات: الوحدات المنتجة او الوحدات المطلوبة.

أ-القيود: على المخطط او المسير التزامات يجب اخذها بعين الاعتبار عند الحل الامثل والتقييد بها .اذا افترض انه توجد 28 ساعة عمل متاحة لدى المؤسسة في الورشة (1) ،وان هذه الورشة تنتج وحدات او منتج بحيث كل وحدة تتطلب 07 ساعات عمل هذه الورشة ،اذا ما اعطي الرمز X_1 للمنتج ، وطلب من المسير تحديد كمية X_1 التي يجب انتاجها بالورشة الاولى .رياضيا مكن التعبير عنها :

$$7X_1=28 \quad \text{أي} \quad 4=X_1$$

تم استعمال 28 ساعة استعمالا كاملا ، أي الانتاج كان بنسبة مئة بالمئة ، لكن في بعض الاحيان تحدث مشكلة ، يعني هل يمكن انتاج 4 وحدات فعلا ويعود ذلك الى :

-يحدث خلل خلال العملية الانتاجية.

-المادة الاولى المستعملة من اجل انتاج الوحدة.

-العامل (غياب ، توقف، اضراب.....الخ)

هذه العوامل تحدث خلل في العملية الانتاجية ،هذا يعني انه يمكن انتاج 4 وحدات على اساس ساعات العمل المتاحة ،ا انه تم استغلال الطاقة الانتاجية بنسبة مئة بالمئة.

عمليا لا يمكن الوصول الى هذه النسبة لانه توجد عدة عوامل ، تؤثر على العملية الانتاجية ،وبالتالي

$$\text{المتغير الرياضي الاصح : } 7X_1 \leq 28$$

اذا افترض ان نفس الورشة تنتج منتوجا اخر X_2 بمعدل 4 ساعات عمل للوحدة المنتجة ، يكون التعبير

$$\text{الرياضي كالتالي: } 7X_1+4X_2 \leq 28 \dots\dots(1)$$

اذا كانت العملية الانتاجية تتطلب تمرير X_1 و X_2 على ورشة ثانية من اجل ان تكون المنتوجات جاهزة الاستعمال واذا كانت الطاقة الانتاجية للورشة (2) 20 ساعة عمل .

وان وحدة واحدة من X_1 تتطلب 4 ساعات عمل ووحدة من X_2 تتطلب 5 ساعات عمل من هذه الورشة

$$\text{، فالتعبير الرياضي يكون كالتالي : } 4X_1+5X_2 \leq 20 \dots\dots(2)$$

اذا كان الطلب اليومي من الوحدات X_2 لا يتجاوز 3 وحدات ،فالتعبير الرياضي:

$$X_2 \leq 3 \dots\dots(3)$$

ب-دالة الهدف : بالرغم من ان المتراجحة السابقة تعطي للمسير ، فكرة كاملة عن الشروط التي يجب

توفرها وتقييد المؤسسة ساعات عمل متاحة للمنتوجين X_1 و X_2 الا ان البرنامج ينقصه معيار المفاضلة

بين الحلول الممكنة لـ X_1 و X_2

اذا افترضنا ان المؤسسة تبحث عن تحقيق اكبر ربح وان كل وحدة من X_1 تحقق بها ربحا قدره وحدتين

نقديتين ، وان كل وحدة من X_2 تحقق ربحا قدره 3 وحدات نقدية ، اذا اعطي لدالة الهدف الرمز Z_p فان

$$\text{الصيغة الرياضية لدالة الهدف هي: } Z_p = 2 X_1 + 3 X_2$$

حيث ان دالة الهدف هي تعظيم الربح فان الصيغة النهائية تكون :

$$\text{Max } Z_p = 2 X_1 + 3 X_2$$

وبهذا نكون قد وصلنا الى تكوين النموذج الخطي باستعمال المعطيات السابقة:

$$\text{Max } Z_p = 2X_1 + 3X_2$$

St:

$$\text{(قيد 1) } 7X_1 + 4X_2 \leq 28 \dots\dots\dots$$

$$\text{(قيد 2) } 4X_1 + 5X_2 \leq 20 \dots\dots\dots$$

$$\text{(قيد 3) } X_2 \leq 3 \dots\dots\dots$$

$$\text{(شرط اللاسلبية) } X_1, X_2 \geq 0 \dots\dots\dots$$