



mécanique de la rupture

02

DR, BELHOCINE ABDELGHANI
UNIVERSITÉ MOHAMED BOUDIAF DE M'SILA
FACULTÉ DES SCIENCES DE LA TECHNOLOGIE
DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE
EMAIL : ABDELGHANI.BELHOCINE@UNIV-M 'SILA.DZ

janvier 2024

Légende



Entrée du glossaire



Abréviation



Référence Bibliographique



Référence générale

Table des matières



Objectifs	5
I - chapitre II ;Mécanique linéaire de la rupture	7
A. Approche atomique de la rupture fragile.....	7
1. Première méthode.....	9
2. Seconde méthode.....	10
B. Concentration de contraintes près d'un défaut.....	11
1. Détermination théorique du facteur de concentration de contraintes.....	12
C. Méthodes de caractérisation des matériaux.....	14
D. teste de sortie.....	15
Conclusion	17
Solution des exercices	19
Glossaire	21
Signification des abréviations	23
Références	25

Objectifs

Cette unité d'enseignement porte sur l'intégrité des structures fondée sur la mécanique de la rupture et qui a pour but de **prévoir la fiabilité**, la **durée de vie** et la **sécurité de composants** industriels de dimensions, géométries ou matériaux variés. Nous avons pour objectif de présenter et de pratiquer les démarches modernes et efficaces de dimensionnement en présence de fissures selon le mode de fissuration envisagé.

La mécanique linéaire de la rupture permet de répondre à la plupart des problématiques rencontrées et des modélisations plus complexes, et des simulations numériques permettent de prendre en compte de manière plus réaliste la physique du cas traité (plasticité, multiaxialité, couplages multi physiques

- Comprendre les objectifs de l'étude de la rupture des matériaux.
- Connaître les caractéristiques des sollicitations simples.
- Découvrir les apports de la modélisation par éléments finis.

chapitre II ; Mécanique linéaire de la rupture



Approche atomique de la rupture fragile	7
Concentration de contraintes près d'un défaut	11
Méthodes de caractérisation des matériaux	14
teste de sortie	15

Si les ruptures n'existaient pas, les ingénieurs seraient pratiquement inutiles et chacun pourrait construire un pont, un avion ou une maison sans le moindre risque de destruction de la structure ¹⚡. La théorie de la mécanique de la rupture est un moyen pour estimer la stabilité des fissures qui peuvent survenir à cause des défauts. Elle permet de prévoir l'évolution de la fissure jusqu'à la ruine de la structure.

A ce jour, basé sur les expériences, la théorie de la mécanique de la rupture n'est nullement une science de base exhaustive et exacte, cependant, deux approches ont été proposées :

1- L'approche locale : qui consiste à l'étude de la distribution des contraintes au voisinage de la fissure par l'introduction du facteur d'intensité de contrainte.

2- L'approche globale: dite aussi approche énergétique, elle procède par le calcul de l'énergie disponible pour la propagation de fissures dans la structure considérée (Griffith 1920).

Cf. "des matériaux fissurés vont se rompre sous l'effet d'une contrainte mécanique (youtube)"

des matériaux fissurés vont se rompre sous l'effet d'une contrainte mécanique

A. Approche atomique de la rupture fragile

La rupture fragile s'accompagne de très peu de déformation plastique. Dans les alliages métalliques, elle est de type (figure II.1) soit :

- transgranulaire : rupture par clivage ou par glissement dans un grain ;

- intergranulaire : rupture par glissement le long des joints de grains 2^2 ↴

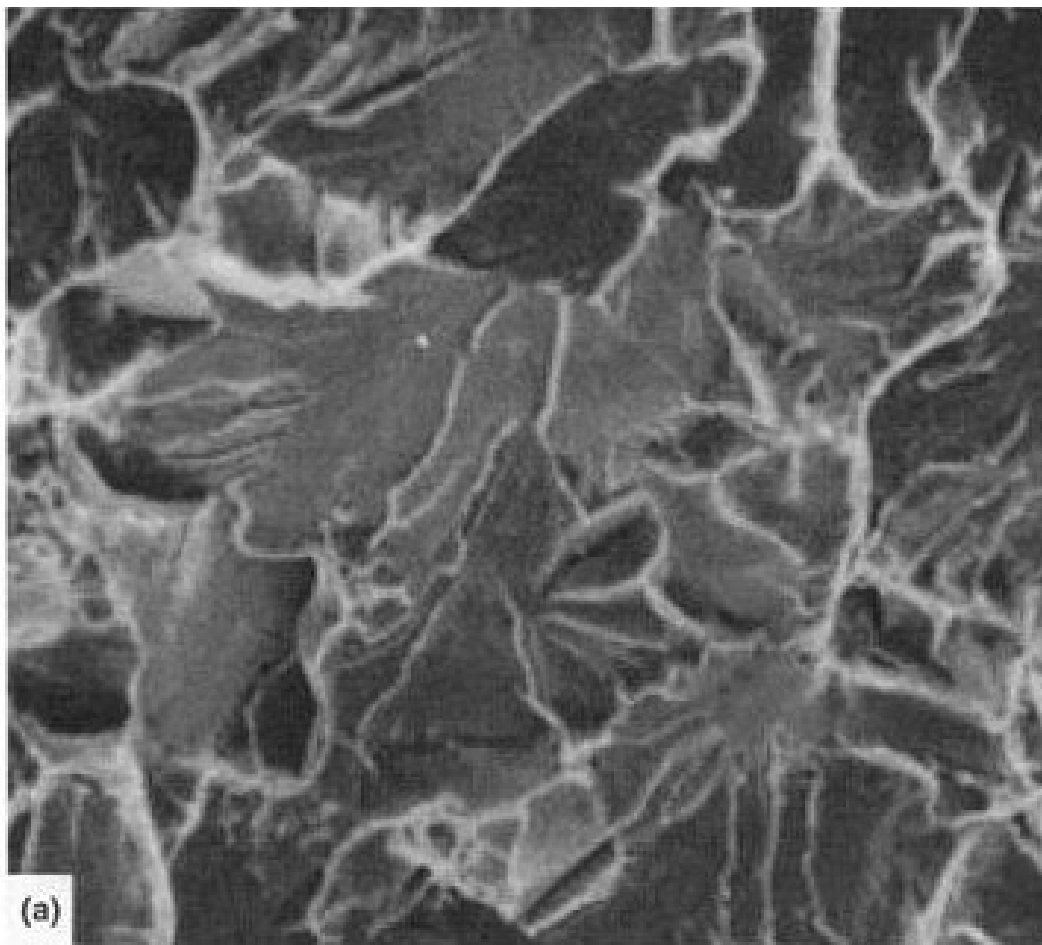


Figure II.1 : (a) Clivage dans un acier doux ruptures transgranulaire

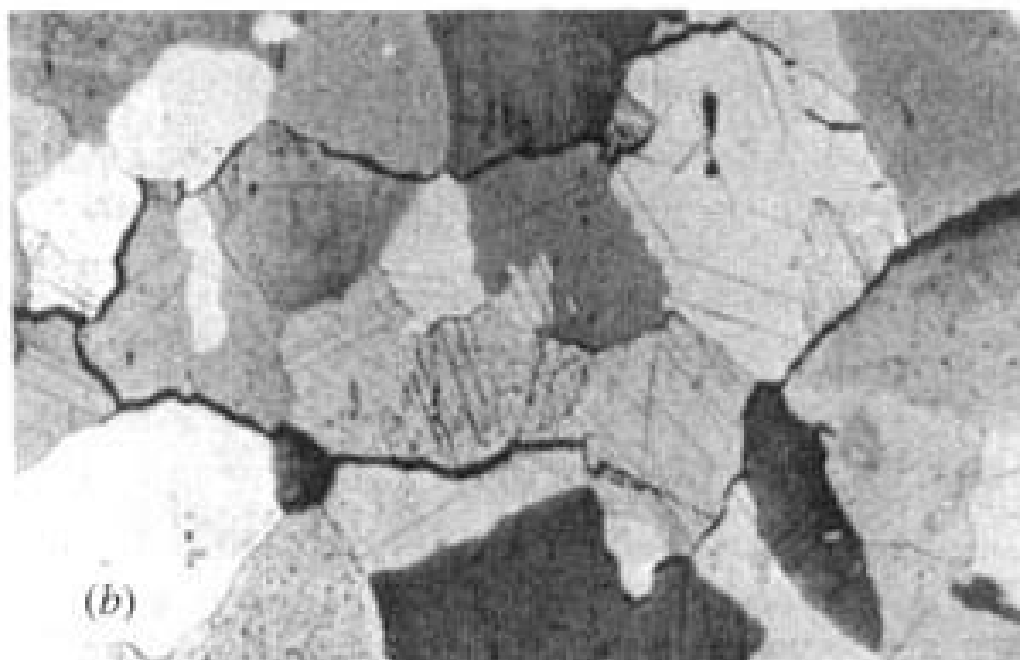


Figure II.1 : (b) intergranulaire (décohésion) dans un acier doux a gros grains.
L'approche atomique consiste à étudier une rupture par clivage en considérant les

forces des liaisons atomiques ; la figure II.2 présente schématiquement ce type de rupture fragile qui se développe en mode d'ouverture, ou mode I selon la classification de la MLR★.

Le clivage opère par rupture des liaisons inter atomiques dans une direction perpendiculaire au plan de rupture. Il se produit préférentiellement le long de plans atomiques bien définis qui dépendent des matériaux. Par exemple, les matériaux cubiques centrés clivent selon les plans (100) alors que les cubiques faces centrées clivent difficilement.³³

Pour calculer la contrainte de liaison atomique, il est nécessaire d'introduire **la distance inter atomique r**, puis de considérer la relation entre le déplacement des atomes, autour de leur position d'équilibre r_0 , et la force appliquée. Cette force est la somme d'une composante d'attraction (en $1/r^2$) et d'une composante de répulsion (en $-1/r^9$).

La contrainte de liaison est donc de la forme :

$$\sigma = A \left\{ \left(\frac{r_0}{r} \right)^2 - \left(\frac{r_0}{r} \right)^9 \right\} \quad \text{II.1}$$

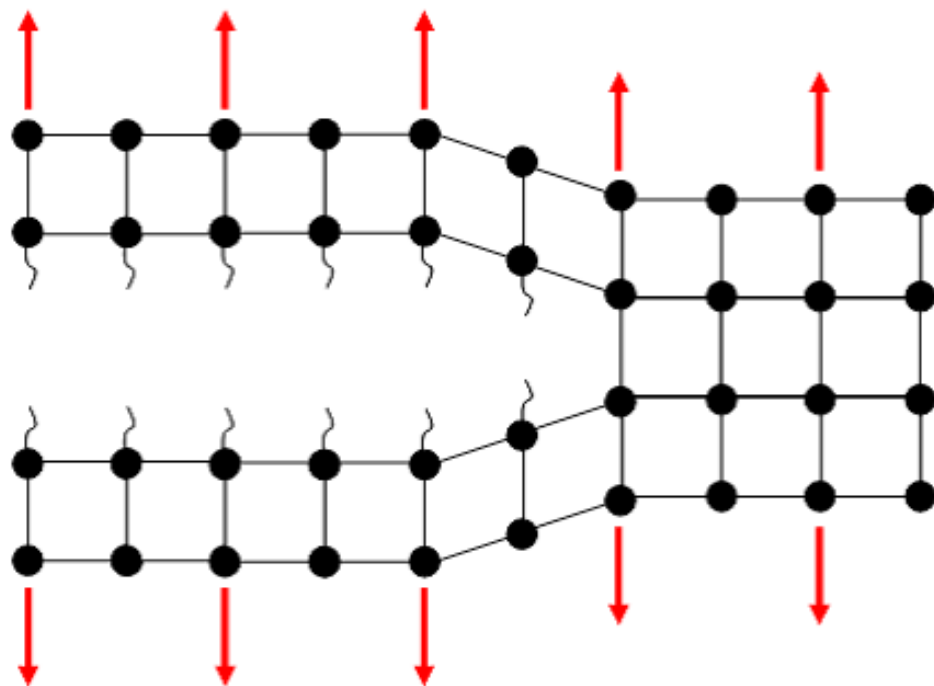


Figure II.2 : rupture par clivage (mode I de rupture)

Par la suite, nous entendons par contrainte théorique de **clivage la valeur maximale**, notée σ_c , de la fonction (r) dont la courbe est représentée sur la figure II.3. Afin de mieux comparer les valeurs théorique et expérimentale de la contrainte de rupture par clivage, nous allons donner une approximation de la valeur théorique par deux méthodes différentes.

1. Première méthode

La déformation étant donnée par $\epsilon = \log r / r_0$, le module d'Young E s'écrit :

$$E = \left(\frac{d\sigma}{d\epsilon} \right)_{r=r_0} = r_0 \left(\frac{d\sigma}{dr} \right)_{r=r_0} \quad \text{II.2}$$

soit en utilisant la relation II.1 :

$$E = 7A \quad \text{II.3}$$

La contrainte théorique de clivage σ_c est définie par la condition d

$$d\sigma/dr = 0, \text{ soit } : r_0 / r = 0.18$$

Il vient finalement :

$$\sigma_c = E/14 \quad \text{II.4} \quad \sigma_c = E/14 \quad \text{II.4}$$

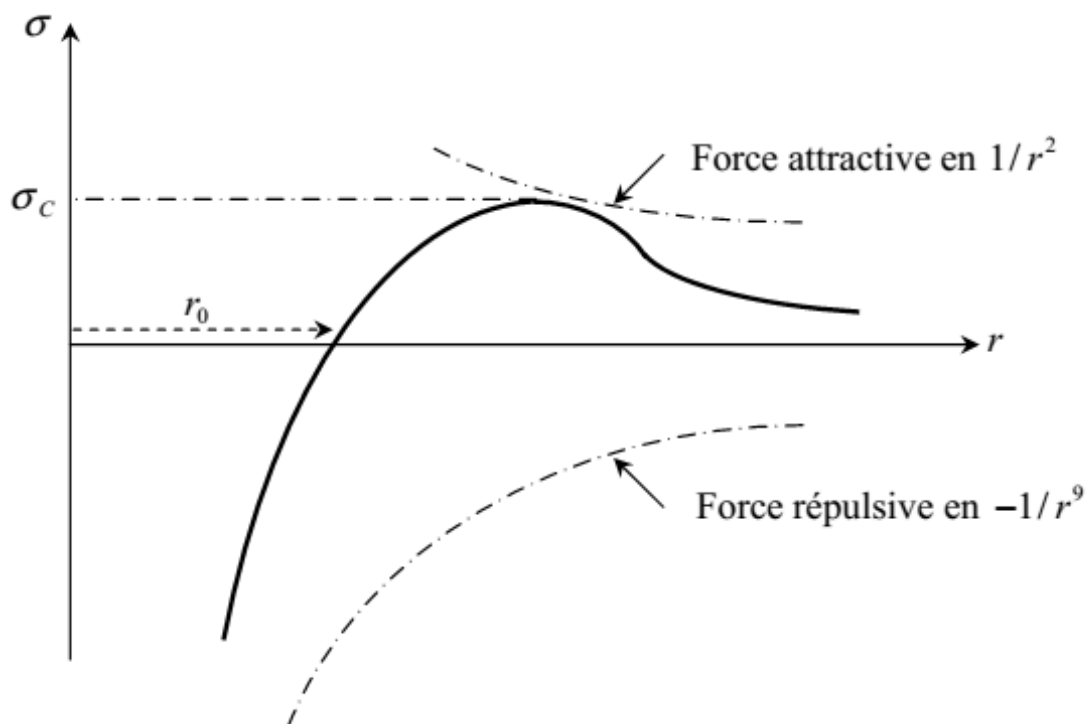


Figure II.3 : Courbe représentative de la fonction r tend vers $\sigma(r)$

2. Seconde méthode

Pour simplifier les calculs, on choisit parfois d'identifier la portion de la courbe représentative de la fonction $r \sigma(r)$ correspondant aux abscisses supérieures ou égales à r_0 , à une sinusoïde (figure II.3). La quantité α est alors définie de sorte que le produit αr_0 soit l'abscisse en laquelle le maximum de la contrainte est atteint. Sous cette hypothèse, la contrainte de liaison pour $r > r_0$ s'écrit

$$\sigma = \sigma_c \sin \left\{ \frac{\pi}{2(\alpha-1)} \left(\frac{r}{r_0} - 1 \right) \right\} \quad \text{II.5}$$

Si bien que le module d'Young devient

$$E = r_0 \left(\frac{d\sigma}{dr} \right)_{r=r_0} = \frac{\pi}{2} (\alpha-1) \sigma_c \quad \text{II.6}$$

$$w = \int_{r_0}^{\infty} 2(\alpha-1) r_0 \sigma dr \quad \text{II.7}$$

D'autre part, on appelle énergie de cohésion par unité de surface, la quantité notée W , et définie par : (aire hachurée - figure II.4), soit

$$W = 4 \frac{\alpha-1}{\pi} r_0 \sigma_c$$

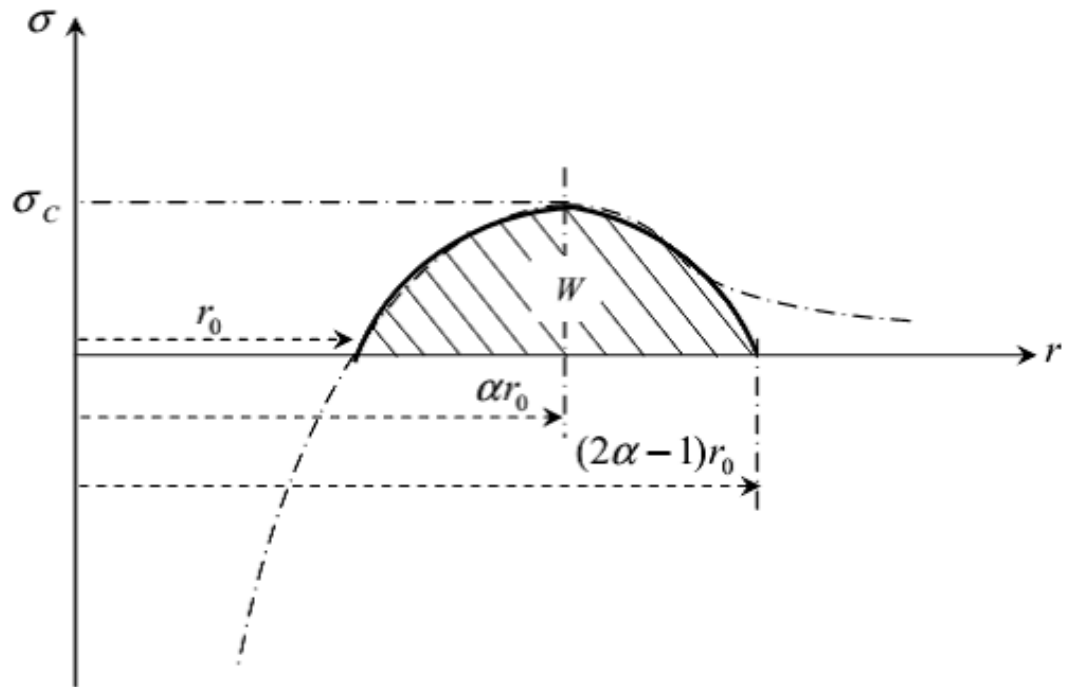


Figure II.4 : approximation sinusoïdale de la contrainte de liaison σ .

Or lors de la rupture, deux surfaces sont créées : on décide donc de poser $W = 2 \gamma S$.

Où γS est appelée l'énergie de création de surface. Ce qui nous permet d'écrire la nouvelle formule :

$$\gamma S = 2 (\alpha - 1) / \pi \cdot r_0 \sigma_c \quad \text{II.8}$$

La comparaison des égalités II.6 et II.8 permet d'éliminer le coefficient α et d'obtenir

L'expression $\gamma S = \sigma_c / E \cdot r_0 \sigma_c$, soit

$$\sigma_c = \sqrt{(E \gamma S / r_0)} \quad \text{II.9}$$

$$E/10 \leq \sigma_c \leq 4/E \quad \text{II.10}$$

B. Concentration de contraintes près d'un défaut

Introduction

Les calculs de dimensionnement des structures sont principalement basés sur la théorie de l'élasticité. Lorsque la limite d'élasticité est dépassée, des déformations plastiques se développent, ce qui nécessite l'utilisation des théories plus compliquées de la plasticité. ⁴⁴

Cependant, la fatigue des matériaux ou encore la corrosion sous tension, se produisent le plus souvent à des niveaux de contrainte relativement bas où la théorie de l'élasticité est applicable. Dans les structures, des entailles géométriques dues à des changements brusques de section (épaulements, gorge, cannelure, orifice de lubrification ...) sont souvent inévitables compte tenu de leur rôle fonctionnel. Au voisinage de ces incidents de forme, les répartitions des contraintes sont inhomogènes et conduisent à des concentrations de contraintes : la figure II.5 illustre ces concentrations où l'on observe que la contrainte atteinte à la racine du trou est bien plus élevée que la contrainte nominale σ_{nom} de traction appliquée à la plaque.

Cf. "concentration des contraintes (web)"
concentration des contraintes

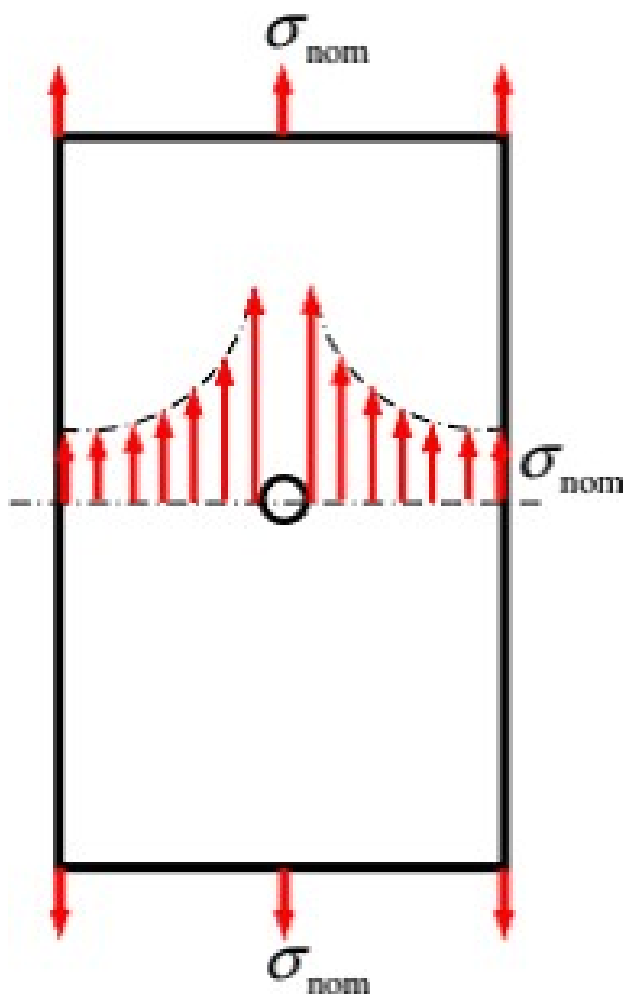


Figure II.5 : Répartition des contraintes autour d'un trou dans une plaque

Le facteur de concentration des contraintes est le rapport de la contrainte maximale (σ_{max}) observée à la racine de l'entaille de forme sur la contrainte nominale (σ_{nom}) à laquelle la structure est soumise. Ce facteur, noté K_t est donné par :

$$K_t = \sigma_{max} / \sigma_{nom} \quad \text{II.11}$$

La sévérité de la concentration de contraintes dépend de la géométrie et de la configuration de l'entaille. Lorsqu'on conçoit une structure, on cherche à réduire autant que possible les concentrations de contraintes pour éviter notamment les problèmes de rupture par fatigue. Ce chapitre traite des différents aspects des concentrations des contraintes et des effets de la géométrie sur le facteur K_t : c'est l'une des questions fondamentales pour le dimensionnement en fatigue des structures.

1. Détermination théorique du facteur de concentration de contraintes

Considérons une plaque avec un trou elliptique central, très petit par rapport aux dimensions de la plaque (figure II.6a).

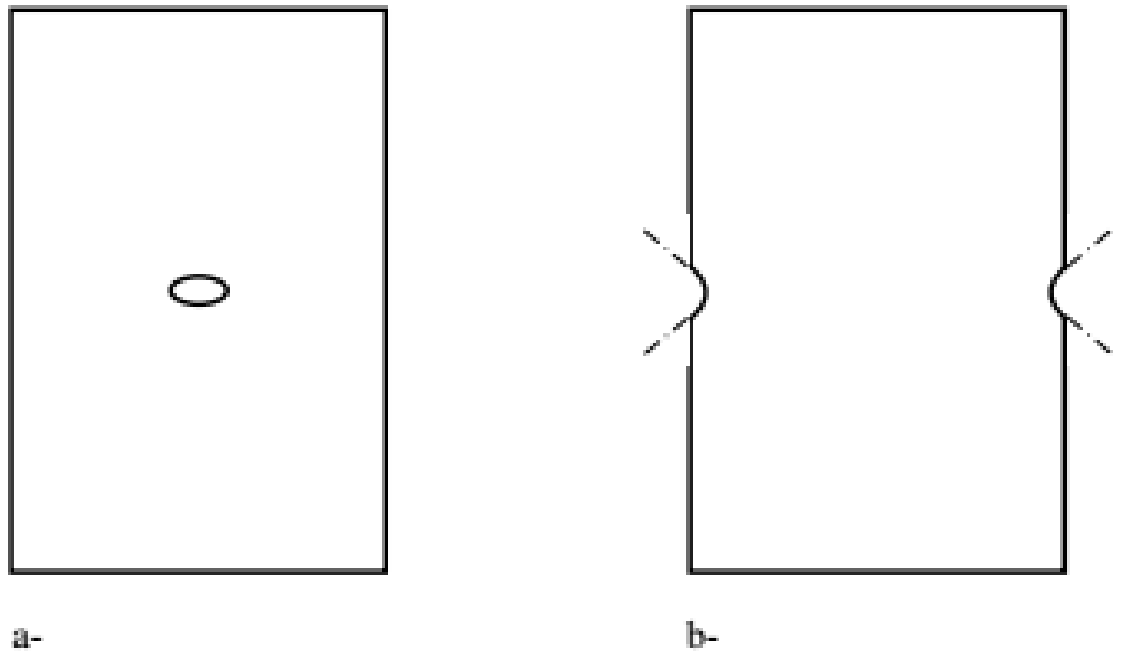


Figure II.6 a- Entaille elliptique et b- entaille hyperbolique

a) Plaque uniformément chargée

La figure II.7 représente une plaque uniformément chargée, autrement dit, la contrainte σ_∞ appliquée à la plaque est perpendiculaire en tout point à ses extrémités. Cette plaque est percée d'un très petit trou elliptique. On utilise les résultats du chapitre précédent pour déterminer les potentiels complexes $\phi(z)$ et $\chi(z)$ associés à cette configuration de chargement.

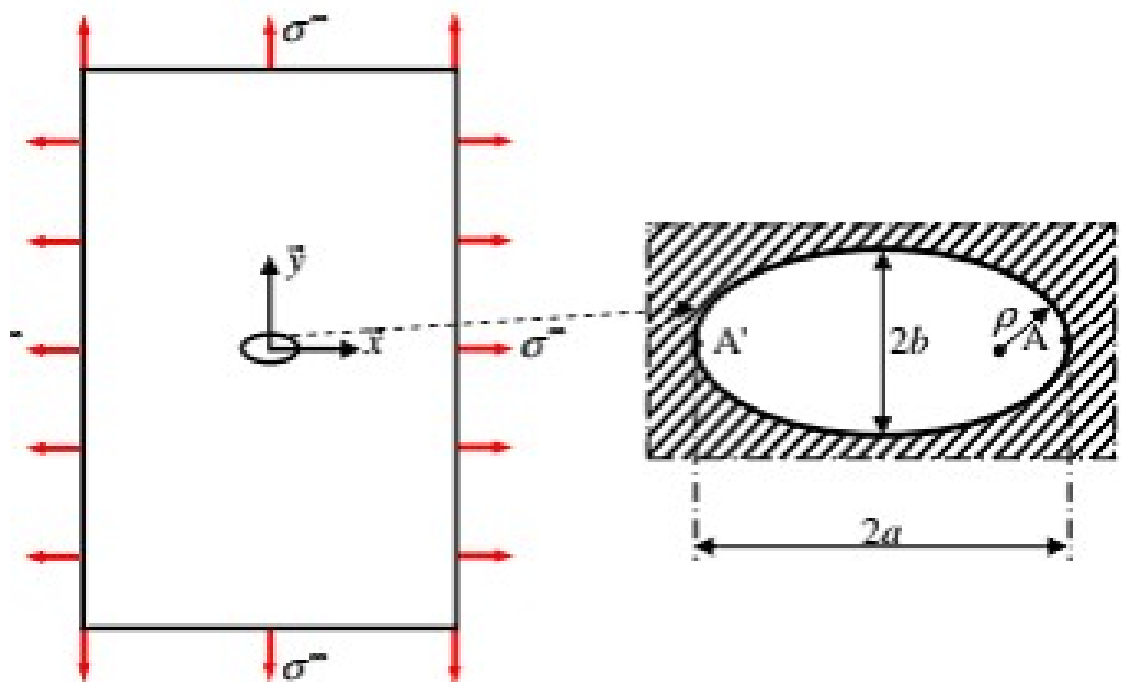


Figure II.7 Plaque uniformément chargée percée d'un trou elliptique de rayon à fond

Les conditions limites aux bords de la plaque, c'est-à-dire à l'infini compte tenu de la taille importante de la plaque comparée à celle du trou elliptique, sont données par :

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \sigma \text{ et } \sigma_{xy} = 0 \text{ II.12}$$

Le facteur de concentration des contraintes K_t est quant à lui donné par :

$$K_t = \sigma_{\max} / \sigma_{\text{nom}} = 2a/b \text{ II.13}$$

i Plaque percée d'un trou elliptique sollicitée en traction simple

Les conditions limites aux bords de la plaque (figure II.8), sont données par :

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \sigma \text{ et } \sigma_{xy} = 0$$

Les conditions limites aux extrémités d'un trou elliptique, c'est-à-dire pour $a = a_0$, sont comme dans le cas précédent (plaque uniformément chargée).

$$K_t = 2\sqrt{\rho/b} \text{ II.14}$$

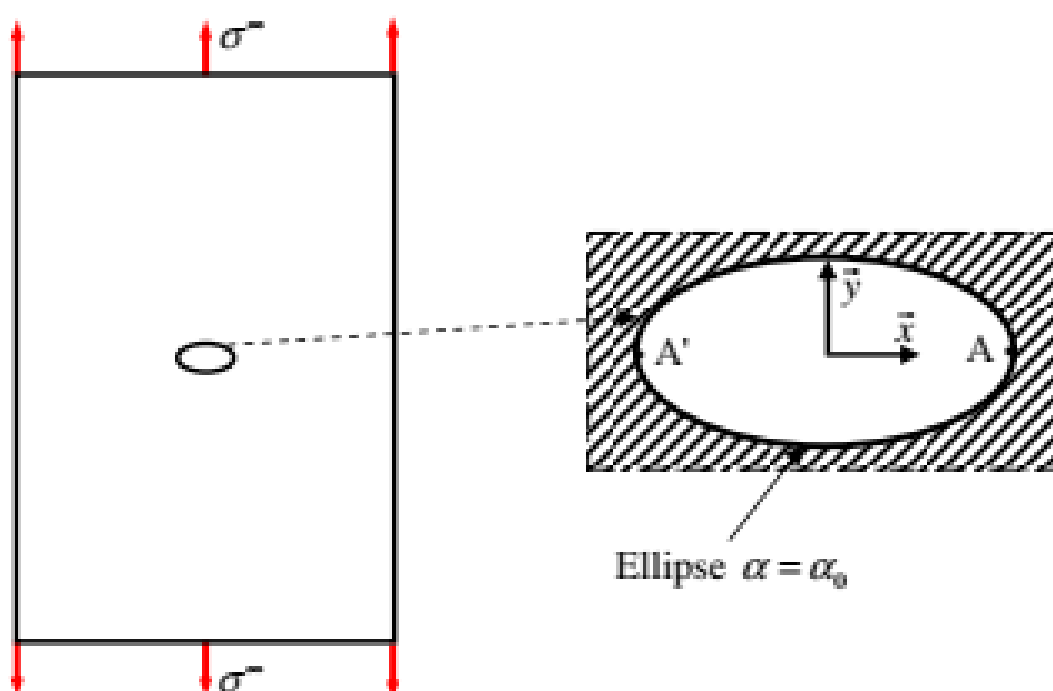


Figure III.8 Plaque chargée en traction simple, percée d'un trou elliptique de rayon à fond

Les solutions pour cette configuration de chargement ont été proposées par Stevenson en 1945.

$$\sigma_{\max} = \sigma (1 + 2a/b) \text{ II.15}$$

et le facteur de concentration des contraintes est alors donné par :

$$K_t = 1 + 2\sqrt{\rho/a} \text{ II.16}$$

C. Méthodes de caractérisation des matériaux

exercice 1

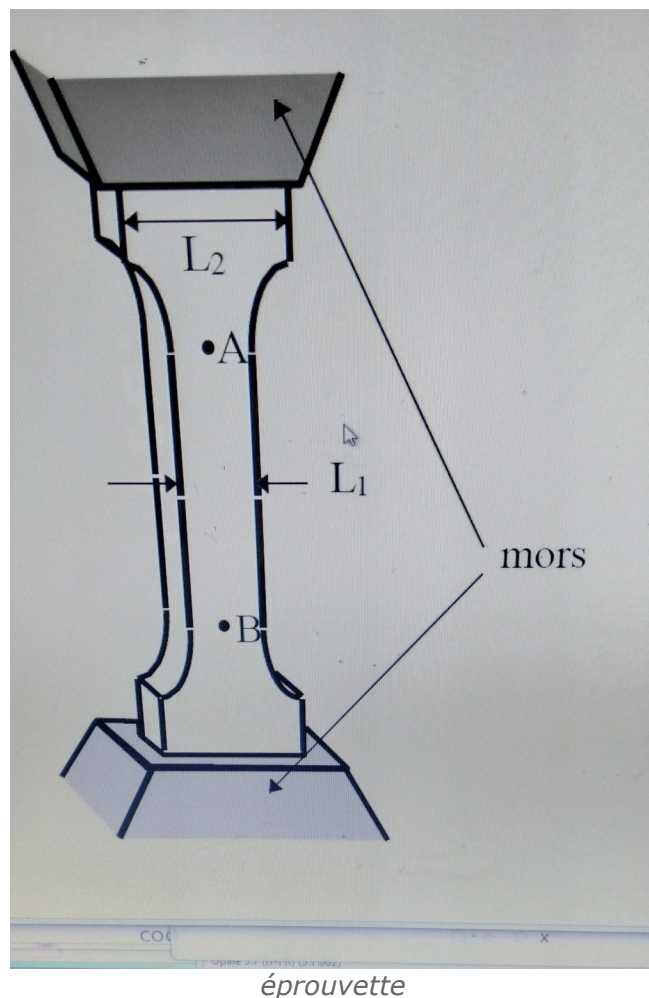
Pour un alliage d'aluminium, on effectue un essai de traction sur une éprouvette prélevée d'une plaque de 3 mm d'épaisseur. L'installation de l'éprouvette dans les mors de la machine de traction est illustrée à la figure ci-contre. Dans la zone utile,

l'éprouvette a une largeur $L_1 = 20 \text{ mm}$ et les rayons de courbure de l'éprouvette sont suffisamment grands pour négliger l'effet de concentration de contraintes.

Les propriétés de l'alliage sont les suivantes :

$E = 71 \text{ GPa}$ $Re = 310 \text{ MPa}$ $Re_{0,2} = 330 \text{ MPa}$ $R_m = 450 \text{ MPa}$ $A = 18\%$

- Pour quelle force appliquée F (en kN) aura-t-on le début de la déformation plastique dans la zone utile de l'éprouvette ?
- Quelle est la valeur de la déformation élastique ϵ_{el} (en %) a la limite conventionnelle d'élasticité $Re_{0,2}$?
- Sachant que la longueur initiale AB, sur laquelle est mesuré l'allongement de l'éprouvette, est égale a 10 cm et que la contrainte σ_f a la rupture est égale a 400 MPa, quelle sera la valeur de AB (en cm) juste avant la rupture de l'éprouvette ?
- calculer l'énergie de déformation élastique emmagasinée juste avant la rupture



D. teste de sortie

Exercice 1

[Solution n°1 p 19]

qu'est ce qu'un rupture fragile ?

- La rupture fragile est caractérisée par l'absence de déformation plastique
- La rupture fragile est caractérisée par l'absence de déformation élastique

Exercice 2 : la rupture ductile

[Solution n°2 p 19]

La rupture ductile liée essentiellement à la présence d'inclusion

- Vrai
- Faut

Exercice 3 : la rupture fragile

[Solution n°3 p 19]

La rupture fragile se produit par clivage sans prévenir, le plus souvent sans déformation

Exercice 4 : mode de rupture

[Solution n°4 p 19]

La fissuration se manifeste par la séparation irréversible d'un milieu continu en deux parties, appelées

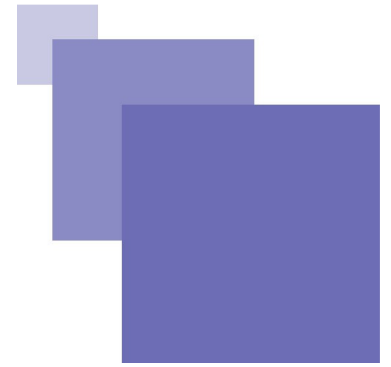
Conclusion



Le module Mécanique de la rupture dévoilera les fondamentaux de base de la mécanique, depuis la compréhension de la théorie de l'apparition de la déformation du matériau jusqu'à la fin de la rupture. Les enseignements et travaux pratiques de ce cours visent à enrichir les connaissances des étudiants et à leur apporter des expériences conduisant à l'interprétation des phénomènes physiques. Ceci est réalisé en fixant les objectifs suivants

- Connaître les principes fondamentaux de la structure du matériau.
- Connaître les théories fondamentales de rupture (loi de hook).
- Comprendre les concepts de propagation des fissures
- Appliquer les techniques physiques pour déterminer les contraintes max
- Analyser correctement les problèmes pour identifier la relation contrainte déformation

Glossaire



K_t

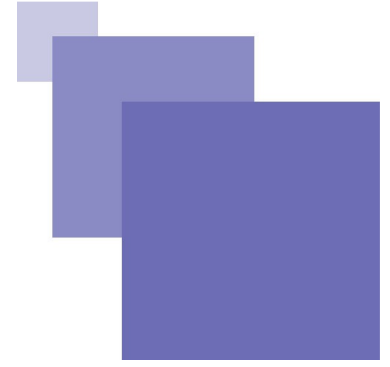
facteur d'intensité de contrainte

γ_S

l'énergie de création de surface

contrainte critique

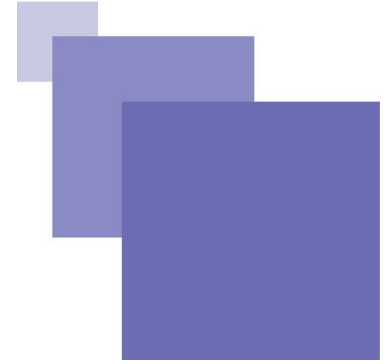
Signification des abréviations



- MLR

mécanique linéaire de la rupture

Références



- [1] J.R. Rice A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks, J.appl.mech, p.378-386, 1968Azzouz N., Cours de corrosion, Ecole Normale Supérieure de Jijel, (2003)
- [2] POLYCOPIE DE COURS
Présentée par
Dr : DIHA Abdallah
- [3] Diha, A. Polycopie de Cours "Mécanique de la rupture, cours et exercices." Université de Tébessa. Faculté des Sciences et de la Technologie, (2018).
- [4] Zegloul.A."Concepts fondamentaux de la mécanique de la rupture." Université de Lorraine, (2016).