حلول السلسلة رقم 02 (التوزيعات الاحتمالية المستمرة)

التمرين الأول:

أثبتت دراسة إحصائية أن درجات اختبار الذكاء لمتطوعي الجيش تتوزع طبيعيا بمتوسط حسابي يقدر بـ: 110 وانحراف معياري قدره 10.

1- ما هي الصيغة الرياضية لدالة الكثافة الاحتمالية.

2- أحسب احتمال أن يكون درجة الذكاء لأحد المتطوعين يتراوح ما بين 105 و 115.

الحل:

1- بما أن درجات اختبار الذكاء تتوزع طبيعيا، فإن الصيغة الرياضية لدالة الكثافة هي:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \, e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad ; \; -\infty \le x \le \infty$$

2- حساب احتمال أن يكون درجة الذكاء لأحد المتطوعين يتراوح ما بين 105 و 115.

$$P(105 \le X \le 115) = P\left(\frac{105-110}{10} \le \frac{X-\mu}{\sigma} \le \frac{115-110}{10}\right)$$

$$P(105 \le X \le 115) = P(-0.5 \le z \le 0.5)$$

$$P(105 \le X \le 115) = \varphi(0.5) - \varphi(-0.5)$$

$$P(105 \le X \le 115) = 0.6915 - 0.3085$$

$$P(105 \le X \le 115) = 0.3830$$

التمرين الثاني:

ليكن لدينا متغير عشوائي X يمثل مدة حياة البطاريات المصنعة من طرف مؤسسة ما، حيث X تتبع التوزيع التالي:

$X \to N(1000\,, 10)$ (الوحدة: ساعة)

1- أعط القراءة الإحصائية للعبارة السابقة؟

2- أحسب نسبة البطاريات التي تتجاوز مدة حياتها 990 ساعة؟

3-أحسب نسبة البطاريات التي تتراوح مدة حياتها بين 980 و1020 ساعة؟

الحل:

1- القراءة الاحصائية للعبارة السابقة:

يعني أن مدة حياة البطارية تتوزع طبيعيا بمتوسط مدة حياة قدرها 1000 ساعة، وبانحراف معياري (مدة حياة البطارية تنحرف في المتوسط عن الوسط الحسابي) بمقدار قدره 10 ساعات.

2- نسبة البطاريات التي تتجاوز مدة حياتها 990 ساعة.

$$P(X>990)=P\left(\frac{X-\mu}{\sigma}>\frac{990-1000}{10}\right)=P(Z>-1)$$
$$=P(z>-1)=1-P(z\leq 1)$$
$$P(X>990)=0.8413$$

3- نسبة البطاريات التي تتراوح مدة حياتها بين 980 و 1020 ساعة.

$$P(980\leq X\leq 1020)=P\left(\frac{980-1000}{10}\leq\frac{X-\mu}{\sigma}\leq\frac{1020-1000}{10}\right)$$
$$=P(-2\leq z\leq 2)$$
$$=\varphi(2)-\varphi(-2)$$
$$=09772-0.0228$$
$$P(980\leq X\leq 1020)=09544$$

التمرين الثالث:

تنطلق عبارة لنقل المسافرين بين ضفتي نهر البوسفور من الموقف أ، كل 50 دقيقة بشكل منتظم كل ايام الاسبوع، وذلك ابتداء من الساعة السادسة صباحا إلى الساعة الثامنة مساء.

1- اوجد دالة الكثافة الاحتمالية التي تعبر عن زمن بقاء العبارة في موقفها؟ واكتب دالة التوزيع التراكمي للمتغير العشوائي x.

2- ما هو احتمال أن تنطلق العبارة خلال ال10 دقائق الأخيرة على الأقل؟

3- ما هو احتمال أن تنطلق العبارة خلال 15 دقيقة الاخيرة؟

4- احسب القيمة المتوقعة والتباين لانطلاق العبارة من الموقف أ.

الحل:

نعرف زمن بقاء العبارة في موقفها بالمتغير العشوائي x، ومنه يصبح لدينا:

1- دالة الكثافة الاحتمالية التي تعبر عن زمن بقاء العبارة في موقفها هي:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{\beta-\alpha} & \alpha\leq x\leq\beta\\ 0 & o/w\end{cases}$$

وبما أن زمن بقاء العبارة في موقفها هو 50 دقيقة، فإن أي $0\leq x\leq 50$ فإن دالة الكثافة تكون:

$$f(x) = \frac{1}{50-0} \qquad 0 \le x \le 50$$

- دالة التوزيع التراكمي:

$$F(x) = P(X \le x) = \begin{cases} 0 & x \le 0 \\ \frac{x}{50} & 0 \le x \le 0 \\ 1 & x \ge 50 \end{cases}$$

2- احتمال أن تنطلق العبارة خلال ال10 دقائق الأخيرة على الأقل:

$$P(X > 50-10) = P(X > 40)$$
$$P(X > 40) = 1 - P(X \le 40)$$
$$P(X > 40) = 1 - F(40)$$
$$P(X > 40) = 1 - \left(\frac{40}{50}\right)$$
$$P(X > 40) = 0.2$$

3- احتمال أن تنطلق العبارة خلال 15 دقيقة الاخيرة:

$$P(35 \le X \le 50) = F(50) - F(35)$$
$$P(35 \le X \le 50) = \left(\frac{50}{50}\right) - \left(\frac{35}{50}\right)$$
$$P(35 \le X \le 50) = 0.3$$

4- احسب القيمة المتوقعة والتباين لانطلاق العبارة من الموقف أ:

- الوسط الحسابي: $\mu_x = \frac{\alpha+\beta}{2} = \frac{0+50}{2} = 25$ دقيقة
- التباين: $\sigma_x^2 = \frac{(\beta-\alpha)^2}{12} = \frac{(50-0)^2}{12} = \frac{2500}{12} = 208.33$
- الانحراف المعياري: $\sigma_x = \frac{\beta-\alpha}{\sqrt{12}} = 14.43$

<u>التمرين الرابع:</u>

إذا علمت أن عدد الساعات التي يقضيها الحرفي في صناعة السكين التقليدي تتبع توزيع قاما ذو المعلمتين $x \sim G(2,2)$

فالمطلوب:

1- احسب قيم قاما للحالات التالية: $\Gamma_{\frac{1}{2}}, \Gamma_2, \Gamma_3, \Gamma_n$

2- أوجد دالة التوزيع الاحتمالي، وبين انها دالة كثافة احتمالية، ثم أوجد دالة التوزيع التراكمي لهذا التوزيع؟

3- ما احتمال أن يقضي الحرفي 5 ساعات على الاكثر لصناعة سكين تقليدي؟

4- ما احتمال أن يكون عدد الساعات التي يقضيها الحرفي بين 3 و5 ساعات؟

5- احسب عدد الساعات المتوقع ان يقضيها الحرفي في صنع السكين، وما الانحراف المعياري المقابل لها؟

الحل:

نعرف المتغير العشوائي x الذي يمثل عدد الساعات التي يقضيها الحرفي في صناعة السكين التقليدي، والذي يتبع توزيع قاما كما يلي: $x\sim G(2,2)$

1- حساب قيم قاما للحالات التالية:

$$\Gamma_{\frac{1}{2}} = \pi = 3.143$$
$$\Gamma_2 = 1$$
$$\Gamma_3 = (3-1)! = 2$$
$$\Gamma_n = (n-1)! = (n-1)(n-2)(n-3)\dots\dots(2)(1)$$

2- ايجاد دالة التوزيع الاحتمالي، وتبيان انها دالة كثافة احتمالية:

شكل دالة التوزيع الاحتمالي للدالة قاما يكون على الشكل

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\beta^{\propto}\Gamma \propto} x^{\propto-1} e^{-\frac{x}{\beta}} & x \geq 0 \\ 0 & o/w \end{cases}$$

وبما ان: $(\propto= 2, \beta = 2)$، فإن:

$$f(x) = \frac{1}{2^2\Gamma 2} x^{2-1} e^{-\frac{x}{2}} = \frac{x}{4} e^{-\frac{x}{2}}$$

اثبات أنها دالة كثافة:

$$\int_0^{\infty} f(x)dx = \int_0^{\infty} \frac{x}{4} e^{-\frac{x}{2}} dx = \frac{1}{4}\int_0^{\infty} x e^{-\frac{x}{2}} dx$$
$$= \frac{1}{4}\left[-2e^{-\frac{x}{2}}\right]_0^{\infty} - \int_0^{\infty}\left(-2e^{-\frac{x}{2}}\right)dx$$
$$= \frac{1}{4}\left[0 + 2\int_0^{\infty} e^{-\frac{x}{2}} dx\right]$$
$$= 0 + \frac{1}{2}\left[-2e^{-\frac{x}{2}}\right]_0^{\infty}$$
$$= -\lfloor 0 - 1 \rfloor$$
$$\int_0^{\infty} f(x)dx = 1$$

ومنه دالة التوزيع الاحتمالي هي دالة كثافة احتمالية.

ودالة التوزيع التراكمي للدالة f(x) هو على الشكل:

$$F(X) = P(X \leq x) = \frac{1}{\beta^{\propto}\Gamma \propto}\int_0^{x} x^{\propto-1} e^{-\frac{x}{\beta}} dx$$

$$= \frac{1}{4}\left[-2xe^{-\frac{x}{2}}\right]_0^x - \left[e^{-\frac{x}{2}}\right]_0^x$$

$$= \left[e^{-\frac{x}{2}}\left[\left(-\frac{x}{2}\right) - 1\right]\right]_0^x$$

$$F(x) = P(X \leq x) = \left[-e^{-\frac{x}{2}}\left[\left(\frac{x}{2}\right) + 1\right]\right]_0^x$$

3- حساب احتمال أن يقضي الحرفي 5 ساعات على الاكثر لصناعة سكين تقليدي

$$P(X \leq 5) = \left[-e^{-\frac{x}{2}}\left[\left(\frac{x}{2}\right) + 1\right]\right]_0^5$$

$$= \left[-e^{-\frac{5}{2}}\left[\left(\frac{5}{2}\right) + 1\right]\right] - \left[-e^{-\frac{0}{2}}\left[\left(\frac{0}{2}\right) + 1\right]\right]$$

$$P(X \leq 5) = -0{,}2873 - (-1)$$

$$P(X \leq 5) = 0{,}7127$$

4- حساب احتمال أن يكون عدد الساعات التي يقضيها الحرفي بين 3 و5 ساعات

$$P(3 \leq X \leq 5) = F(5) - F(3)$$

$$P(3 \leq X \leq 5) = -0.2873 - (-0.5578)$$

$$P(3 \leq X \leq 5) = 0.2705$$

5- حساب عدد الساعات المتوقع ان يقضيها الحرفي في صنع السكين، وما الانحراف المعياري المقابل لها:

- الوسط الحسابي: $\mu_x = \propto \beta = 2(2) =$ 4 ساعات
- التباين: $\sigma_x^2 = \propto \beta^2 = 2(2)^2 =$ 8 ساعات مربع
- الانحراف المعياري: $\sigma = \sqrt{\propto \beta^2} = \sqrt{2(2)^2} = \sqrt{8}$ساعات

التمرين الخامس:

إذا كانت مدة خدمة زبون لاتصالات الجزائر تتبع التوزيع الأسي بمتوسط 5 دقائق، أوجد ما يلي:

1- دالة الكثافة الاحتمالية التي تعبر عن مدة خدمة الزبون؟

2- احتمال انهاء خدمة الزبون في مدة أقصاها 4 دقائق؟

3- احتمال انهاء خدمة الزبون في مدة تتراوح بين 2 دقيقتين و4 دقائق؟

4- احسب معلمات هذا التوزيع.

الحل:

نعرف المتغير العشوائي x الذي يمثل مدة خدمة زبون اتصالات الجزائر، وذلك في مدى قيم موجبة: $x \geq 0$

1- دالة الكثافة الاحتمالية التي تعبر عن مدة خدمة الزبون: من معطيات الدراسة لدينا متوسط مدة خدمة الزبون هو 5 دقائق، أي $\lambda=1/\beta$ $E(x) = \mu_x = \beta = 5 = \frac{1}{\lambda} \to \lambda = 0.2$

ومنه تصبح دالة الكثافة على الشكل التالي:

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \qquad x \geq 0$$

$$f(x) = 0.2e^{-0.2x} \qquad x \geq 0$$

كما يعبر عن دالة التوزيع التراكمية كما يلي:

$$F(x) = P(X \leq x) = \left[1 - e^{-\lambda x}\right] \Rightarrow F(x) = 1 - e^{-0.2x}$$

2- حساب احتمال انهاء خدمة الزبون في مدة أقصاها 4 دقائق:

$$P(X \leq 4) = 1 - e^{-0.2(4)} = 0.551$$

3- حساب احتمال انهاء خدمة الزبون في مدة تتراوح بين 2 دقيقتين و 4 دقائق:

$$P(2 \leq X \leq 4) = F(4) - F(2) = \left[1 - e^{-0.2(4)}\right] - \left[1 - e^{-0.2(2)}\right]$$

$$P(2 \leq X \leq 4) = 0.670 - 0.449 = 0.221$$

4- حساب معلمات هذا التوزيع:

- الوسط الحسابي: $\mu_x = \beta =$ 5 دقائق
- التباين: $\sigma_x^2 = \beta^2 = 5^2 =$ 25 دقيقة مربع
- الانحراف المعياري: $\sigma_x = \beta =$ 5 دقيقة

التمرين السادس:

إذا كانت نسبة الضياع في إنتاج الطاقة الكهربائية في الجزائر عبارة عن متغير عشوائي يتبع توزيع بيتا ذو المعلمتين: $x \sim B(3,2)$.

1- أوجد دالة التوزيع الاحتمالي، وأثبت أنها دالة كثافة احتمالية، ثم أوجد دالة التوزيع التراكمية له.

2- ما هو احتمال ألا تتجاوز نسبة الضياع 25% من إجمالي الانتاج؟

3- ما هو احتمال ان تكون هذه النسبة 10% على الاقل؟

4- أحسب متوسط نسبة الضياع في الطاقة الكهربائية والانحراف المعياري المقابل له.

الحل:

نعرف المتغير العشوائي x الذي يعبر عن نسبة الضياع في انتاج الطاقة الكهربائية في الجزائر، والذي يعبر عنه كما يلي: $x \sim B(3,2)$

1- إيجاد دالة التوزيع الاحتمالي، وإثبات أنها دالة كثافة احتمالية، ثم إيجاد دالة التوزيع التراكمية له.

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\Gamma(\propto + \beta)}{\Gamma \propto \Gamma \beta} x^{\propto - 1}(1-x)^{\beta - 1} & 0 \le x \le 1 \\ 0 & o/w \end{cases}$$

وبتعويض قيمة معلمتي هذا التوزيع نحصل على دالة الكثافة التالية:

$$f(x) = \frac{\Gamma(3+2)}{\Gamma 3 \Gamma 2} x^{3-1}(1-x)^{2-1} = 12x^2(1-x)$$

- لإثبات أنها دالة كثافة احتمالية يجب أن يكون:

a) $f(x) \ge 0 \quad \forall \text{x} \ge 0$

b) $\int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 [12x^2(1-x)]dx =$

$$= 12\int_0^1 (x^2 - x^3)dx$$

$$= 12\left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4}\right]_0^1$$

$$= 12\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) = 1$$

- إيجاد دالة التوزيع التراكمية له:

$$F(x) = P(X \le x) = \int_0^x f(x)dx = 12\left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4}\right]_0^x$$

2- حساب احتمال ألا تتجاوز نسبة الضياع 25% من إجمالي الانتاج:

$$P(X \le 0.25) = \int_0^{0.25} f(x)dx = 12\left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4}\right]_0^{0.25}$$

$$P(X \le 0.25) = 0.051$$

3- حساب احتمال ان تكون هذه النسبة 10% على الاقل:

$$P(X > 0.1) = 1 - P(X \le 0.1) = 1 - 12\left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4}\right]_0^{0.1} = 0.9963$$

4- حساب متوسط نسبة الضياع في الطاقة الكهربائية والانحراف المعياري المقابل له.

- لوسط الحسابي: $\mu_x = \frac{\propto}{\propto + \beta} = \frac{3}{3+2} = 0.6$

أي أن متوسط نسبة الضياع في الطاقة الكهربائية هو 60%.

- التباين: $\sigma_x^2 = \frac{\propto \beta}{(\propto + \beta)^2(\propto + \beta + 1)} = \frac{3*2}{(3+2)^2 + (3+2+1)} = 0.04$

- الانحراف المعياري $\sigma = \sqrt{\sigma_x^2} = \sqrt{0.04} = 0.2$

التمرين السابع:

ليكن المتغير العشوائي x الذي يتبع توزيع ستودنت، والمطلوب:

1- إيجاد القيم الحرجة (قيمة t) في حالة توزيع ستودنت ذو درجة الحرية 9 في الحالات التالية:

$t_{(9;\,0.1)} \quad t_{(9;\,0.05)} \quad t_{(9;\,0.95)}$

2- إيجاد القيم الحرجة (قيمة t) في حالة توزيع ستودنت ذو درجة الحرية 15 في الحالات التالية:

$t_{(15;\,0.1)} \quad t_{(15;\,0.05)} \quad t_{(15;\,0.95)}$

3- أوجد القيم الاحتمالية ∝ في الحالات التالية:

- $t_{(8;\,\propto)} = 1.108$
- $t_{(10;\,1-\propto)} = 0.897$
- $t_{(8;\,\propto)} = -1.86$
- $P(1.064 \le t_{(20;\,\propto)} \le 1.725)$

4- ليكن $T \to T_{n=20}$ (x يخضع لقانون student بدرجة حرية n =20): أحسب الاحتمالات التالية:

P(T>2,086) ،P(T< 2,086) P(−2.086< T < +2,086)

أحسب قيم t بحيث: P(T< t) = 0,10 ، P(T> t) = 0,80 ،P(t_1<X< t_2) = 0,90

5- أوجد قيم t عند درجة حرية 18 التي تحقق الاحتمالات التالية:

- المساحة المظللة عن اليمين هي 0.10.
- المساحة المظللة عن اليسار هي 0.99.

6- أوجد القيم الحرجة لـ t والتي تجعل المساحة في الطرف الأيمن لتوزيع t هي 0.05، إذا كانت درجة الحرية تساوي: 16، 27، 120.

الحل:

1- إيجاد القيم الحرجة (قيمة t) في حالة توزيع ستودنت ذو درجة الحرية 9 في الحالات التالية:

$t_{(9;\,0.1)} \quad t_{(9;\,0.05)} \quad t_{(9;\,0.95)}$

من الجداول الاحصائية نجد:

$t_{(9;\,0.1)} = 1.383 \quad t_{(9;\,0.05)} = 1.833 \quad t_{(9;\,0.95)} = -t_{(9;\,0.05)} = -1.833$

2- إيجاد القيم الحرجة (قيمة t) في حالة توزيع ستودنت ذو درجة الحرية 15 في الحالات التالية:

$t_{(15;\,0.1)} = 1.341 \quad t_{(15;\,0.05)} = 1.753 \quad t_{(15;\,0.95)} = -t_{(15;\,0.05)} = -1.753$

3- أوجد القيم الاحتمالية ∝ في الحالات التالية:

- $t_{(8;\propto)} = 1.108 \Rightarrow \propto = 0.15$
- $t_{(10;\,1-\propto)} = 0.897 \Rightarrow 1-\propto = 0.2 \Rightarrow \propto = 0.8$
- $t_{(8;\propto)} = -1.86 \Rightarrow \propto = 0.95$
- $P(1.064 \leq t_{(20;\propto)} \leq 1.725) = F_{t(20;\beta)}(1.064) - F_{t(20;\propto)}(1.725)$

$$P(1.064 \leq t_{(20;\propto)} \leq 1.725) = 0.15 - 0.05 \Rightarrow \propto = 0.1$$

4- ليكن $T \to T_{n=20}$ (x يخضع لقانون student بدرجة حرية n =20): أحسب الاحتمالات التالية:

P(T>2,086)=0.025 ،P(T< 2,086)=0.975   P(−2.086< T < +2,086)=0.95

- أحسب قيم t بحيث: $P(t_1<X<t_2) = 0,90$ ، P(T> t) = 0,80 ، P(T< t) = 0,10

$$P(t1<X<t2) = 0,90 \Rightarrow t_1 = -t_2 \Rightarrow t_1 = -1.725 \;\; t_2 = 1.725$$

$$P(T>t) = 0,80 \Rightarrow t = -0.860$$

$$P(T<t) = 0,10 \Rightarrow t = -1.325$$

5- أوجد قيم t عند درجة حرية 18 التي تحقق الاحتمالات التالية:

- المساحة المظللة عن اليمين هي 0.10.   t=1.33
- المساحة المظللة عن اليسار هي 0.99.   t=2.552

6- أوجد القيم الحرجة لـ t والتي تجعل المساحة في الطرف الأيمن لتوزيع t هي 0.05، إذا كانت درجة الحرية تساوي: 16، 27، 120.

$t_{(0.05;16)} = 1.746$ $t_{(0.05;27)} = 1.703$ $t_{(0.05;120)} = 1.658$

<u>التمرين الثامن:</u>

1- ليكن المتغير العشوائي x الذي يتبع التوزيع كاي تربيع χ^2 ذو درجة الحرية 10، أوجد قيم الاحتمال التالية:

$P(\chi^2 = 3.94)$ $P(\chi^2 \leq 6.74)$ $P(\chi^2 \geq 3.25)$ $P(2.56 \leq \chi^2 \leq 3.94)$

2- حدد قيم المتغير العشوائي x في الحالات التالية:

$P({\chi^2}_{10} \leq x) = 0.25$ $P({\chi^2}_{10} \geq x) = 0.25$ $P({\chi^2}_{16} \geq x) = 0.9$ $P({\chi^2}_{20} \leq x) = 0.05$

3- نفرض أن $X \sim \chi^2_{10}$ أوجد قيمة x حيث P(X > x) = 0.1321

الحل:

1- ليكن المتغير العشوائي x الذي يتبع التوزيع كاي تربيع χ^2 ذو درجة الحرية 10، أوجد قيم الاحتمال التالية:

$$P(\chi^2 = 3.94) = 0{,}95$$
$$P(\chi^2 \le 6.74) = 1 - P(\chi^2 \ge 6.74) = 1 - 0.75 = 0.25$$
$$P(\chi^2 \ge 3.25) = 0.975$$
$$P(2.56 \le \chi^2 \le 3.94) = F_{\chi^2}(2.56) - F_{\chi^2}(3.94) = 0.99 - 0.95 = 0.04$$

2- حدد قيم المتغير العشوائي x في الحالات التالية:

$P({\chi^2}_{10} \le x) = 0.25$ $\quad P({\chi^2}_{10} \ge x) = 0.25$ $\quad P({\chi^2}_{16} \ge x) = 0.9$ $\quad P({\chi^2}_{20} \le x) = 0.05$

$$P({\chi^2}_{10} \le x) = 0.25 \Rightarrow x = 6.74$$

$$P({\chi^2}_{10} \ge x) = 0.25 \Rightarrow x = 12.55$$

$$P({\chi^2}_{16} \ge x) = 0.9 \Rightarrow x = 9.31$$

$$P({\chi^2}_{20} \le x) = 0.05 \Rightarrow x = 10.85$$

التمرين التاسع:

1- نفرض أن $X \sim F_{4,7}$ ، أوجد النقطتين التي على يمينهما وعلى يسارهما 10% من المساحة.

2- ليكن لدينا: $X \sim F_{5,10}$ ، أوجد قيمة النقطة x حيث $P(X < x) = 0.05$.

3- أوجد القيم الحرجة للتوزيع F في الحالات التالية:

- $F_{(0.05;25;4)}$
- $F_{(0.1;10;6)}$
- $F_{(0.95;10;10)}$
- $F_{(0.95;12;8)}$

4- أوجد القيم الاحتمالية $\propto$ في الحالات التالية:

- $F_{(\propto;3;24)} = 3.72$
- $F_{(\propto;8;9)} = 3.23$
- $F_{(\propto;2;24)} = 0.025$
- $F_{(\propto;9;11)} = 4.63$

الحل:

1- نفرض أن $X \sim F_{4,7}$ ، أوجد النقطتين التي على يمينهما وعلى يسارهما 10% من المساحة.

النقطة التي على يمينها (أعلاها 10% من المساحة) يمكن استخراجها مباشرة من الجدول 10%.

$$F_{4,7,0.1} = 2.961.$$

النقطة التي على يسارها (أدناها 10% من المساحة) قيمتها هي مقلوب قيمة النقطة التي أعلاها 10% من المساحة (ولكن في التوزيع $F_{7,4}$) أي:

$$F_{4,7,0.9} = \frac{1}{F_{7,4,0.1}} = \frac{1}{3.979} = 0.2513.$$

2- ليكن لدينا: $X \sim F_{5,10}$ ، أوجد قيمة النقطة x حيث $P(X < x) = 0.05$.

- أي إيجاد النقطة التي على يسارها المساحة 5%.

إذن النقطة الحرجة التي على يسارها المساحة 5% للتوزيع $F_{5,10}$، هي مقلوب النقطة الحرجة التي على يمينها المساحة 5% للتوزيع $F_{10,5}$ إذن $x = \frac{1}{F_{10,5,0.05}} = \frac{1}{4.735} = 0.2112$

3- أوجد القيم الحرجة للتوزيع F في الحالات التالية:

- $F_{(0.05;25;4)} = 2.76$
- $F_{(0.1;10;6)} = 2.46$
- $F_{(0.95;10;10)} = \frac{1}{F_{(0.05;10;10)}} = \frac{1}{2.98} = 0.3355$
- $F_{(0.95;12;8)} = \frac{1}{F_{(0.05;8;12)}} = \frac{1}{2.85} = 0.3508$

4- أوجد القيم الاحتمالية ∝ في الحالات التالية:

- $F_{(\propto;3;24)} = 3.72 \Rightarrow \propto = 0.025$
- $F_{(\propto;8;9)} = 3.23 \Rightarrow \propto = 0.05$
- $F_{(\propto;2;24)} = 0.025 \Rightarrow \propto = 0,1$
- $F_{(\propto;9;11)} = 4.63 \Rightarrow \propto = 0,01$